1.2. PRIRODNI BROJEVI

Skup prirodnih brojeva – **N**

- Prisjetimo se kako je skup **N** definiran:

$$\mathbf{N} = \{1,2,3,\dots\}$$

Svojstva:

1) bilo koja dva prirodna broja se mogu usporediti
   (tj. za dva broja $a, b \in \mathbf{N}$ vrijedi točno jedna tvrdnja: a<b, a=b ili a>b)
2) 1 je najmanji element, a najveći ne postoji
3) svaki broj ima svog neposrednog sljedbenika, tj. za $n \in \mathbf{N}$ je neposredni sljedbenik n+1
   svi osim 1 imaju neposrednog prethodnika n-1
4) definirano je zbrajanje, množenje
5) oduzimanje je moguće samo ako oduzimamo manji broj od većeg, npr. 5-8=-3$\notin$ **N**

Vrlo je zanimljiva Gaussova dosjetka:

CARL FRIEDRICH GAUSS (1777.-1855.)

Kao osmogodišnji dječak uspio izračunati zbroj prvih 100 prirodnih brojeva.

$$1+2+3+\dots+100=?$$

Dosjetka: sparivao brojeve i tako ih zbrajao:

1+ 100 (prvi i posljednji)
2+99 (drugi i pretposljednji)
3+98 (treći i pretpretposljednji) . . .

⇨ dobio 50 istih zbrojeva

$$1+2+3+\dots+100=$$
$$=(1+100)+(2+99)+(3+98)+\dots+(50+51)=$$
$$=50\cdot 101=5050$$

Gaussovim razmišljanjem možemo riješiti mnoge slične zadatke.

Djeljivost

Za broj $a \in \mathbf{N}$ kažemo da je **DJELJIV** brojem $b \in \mathbf{N}$ ako postoji broj $k \in \mathbf{N}$ takav da vrijedi

$$a = k \cdot b$$

Kažemo i da b **dijeli** broj a (oznaka a|b)

nazivi: a – **višekratnik** broja b
b – **djeljitelj** broja a

oznaka: **ne dijeli**. $a \nmid b$

Primjer 1: Odredimo najveći zajednički djeljitelj (NZD) i najmanji zajednički višekratnik (nZV) za brojeve 24, 62.

24	62	2 => NZD(24,62)=2
12	31	2
6	31	2
3	31	3
1	31	31
	1	

⇨ nZV(24,62)=2·2·2·3·31=744

Primjer 2: Odredimo NZD(12,28), NZV(12,28).

Rj:

12	28	2 => NZD(12,28)=2·2=4
6	14	2
3	7	3
1	7	7
	1	

=>nZV(12,28)=2·2·3·7=84

Primjer 3: Odredimo NZV(20,30,225).

Rj:

20	30	225	5 => NZD(12,28)=5
4	6	45	2
2	3	45	2
1	3	45	3
	1	15	3
		5	5
		1	

=>nZV(12,28)=5·2·2·3·3·5=900

<u>Skup cijelih brojeva- **Z**</u>

-proširenje skupa prirodnih brojeva jer u njemu nije definirano oduzimanje

$N \subset Z$

$$\mathbf{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

-svojstva: - bilo koja dva broja se mogu usporediti, tj. skup **Z** je uređen po veličini

- nema najmanjeg ni najvećeg elementa
- definirano je zbrajanje, množenje, oduzimanje, dijeljenje nije jer je problem kad ne dijelimo broj s njegovim djeliteljem npr. $\frac{2}{-3} \in Z$