

## 2.5. PROPORCIONALNOST DUŽINA. TALESOV POUČAK

Proporcionalno=razmjerno

Zanimljivo o Talesu: jedan od sedam grčkih mudraca. Izmjerio visinu Keopsove piramide pomoću svojstva sličnosti.

Neka su  $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ .

Omjer broja a i b je broj  $\frac{a}{b} = a : b$ .

Neka su  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

Razmjer(proporcija) je jednakost omjera  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  tj.  $a : b = c : d$ .

Obično uvodimo oznaku  $a : b = c : d = k$  — koeficijent proporcionalnosti

**Primjer:** Odredimo brojeve a i b ako se oni odnose a:b=3:5 i znamo da im je zbroj jednak 24.

Rj:

$$a:b=3:5 \Rightarrow a=3 \cdot k$$

$$b=5 \cdot k$$

$$a + b = 24$$

$$3k + 5k = 24$$

$$8k = 24 : 8 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow a = 9, b = 15$$

Ako umjesto brojeva imamo dužine  $\Rightarrow$  dogovor: OMJER DUŽINA  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$  definiramo kao omjer njihovih duljina  $\Rightarrow$  omjer dužina je broj.

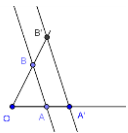
Npr. ako se dužine  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$  odnose kao 2 naprama 5  $\Rightarrow \frac{|AB|}{|CD|} = \frac{2}{5}$   
omjer njihovih duljina

### TALESOV POUČAK:

Paralelni pravci na krakovima kuta odsijecaju odsječke proporcionalnih duljina.

$$\frac{|OA'|}{|OA|} = \frac{|OB'|}{|OB|} = \frac{|A'B'|}{|AB|}$$

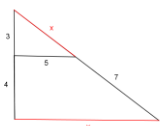
tj.  $|OA'| : |OA| = |OB'| : |OB| = |A'B'| : |AB|$



### OBRAT TALESOVOG POUČKA:

Ako je  $\frac{|OA'|}{|OA|} = \frac{|OB'|}{|OB|}$ , onda je  $AB \parallel A'B'$ .

**Primjer:** (ŠK2 str.189. zad 31.a)  
 Odredimo nepoznate elemente sa slike



$$\begin{aligned} (3+4):3 &= (x+7) : x \\ 7x &= 3(x+7) \\ 7x &= 3x+21 \\ 7x-3x &= 21 \\ 4x &= 21 \\ x &= 5.25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3+4):3 &= y:5 \\ 3y &= 35 \\ y &= \frac{35}{3} \end{aligned}$$

**Primjer:** Izračunajmo nepoznatu duljinu dužine x sa slike



1.način:

$$\begin{aligned} a:c &= (a+b):(c+x) \\ 5:7 &= 9:(7+x) \\ 5(7+x) &= 63 \\ 35+5x &= 63 \\ 5x &= 28 \\ x &= 5.6 \end{aligned}$$

2.način (gledam samo proporcionalnost odsječaka):

$$\begin{aligned} a:c &= b:x \\ 5:7 &= 4:x \\ 5x &= 28 \\ x &= 5.6 \end{aligned}$$

Primjena Talesovog poučka

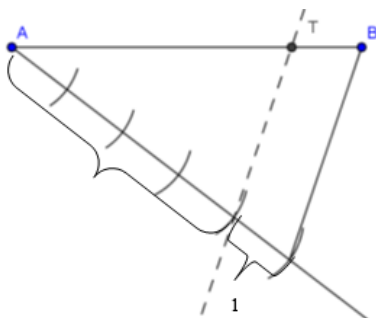
1.)primjena: PODJELA DUŽINE U DANOM OMJERU

**Primjer:** Podijeli dužinu  $\overline{AB}$  u omjeru 4:1.

Rj:

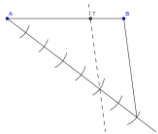
Postupak:

- 1) nacrtam dužinu  $\overline{AB}$  bilo koje duljine
- 2) iz točke A povučem polupravac
- 3) iz točke A nanese luk bilo koje duljine na polupravcu
- 4) dalje nanese isti luk ukupno 5 puta (4:1  $\Rightarrow$  5 istih dijelova)
- 5) spojim zadnju podjelu s točkom B
- 6) povučem paralelu s dobivenom dužinom kroz 4 podjelu  
 $\Rightarrow$  dužinu  $\overline{AB}$  smo točkom T podijelili u omjeru 4:1



**Primjer:** Podijelimo dužinu  $\overline{AB}$  u omjeru 5:2.

Rj:



## 2.) primjena: ZANIMLJIVE KONSTRUKCIJE

**Primjer:** Za dužine duljina  $a=2.5$ ,  $b=3$  konstruirajmo dužinu duljine  $a \cdot b$

Rj:

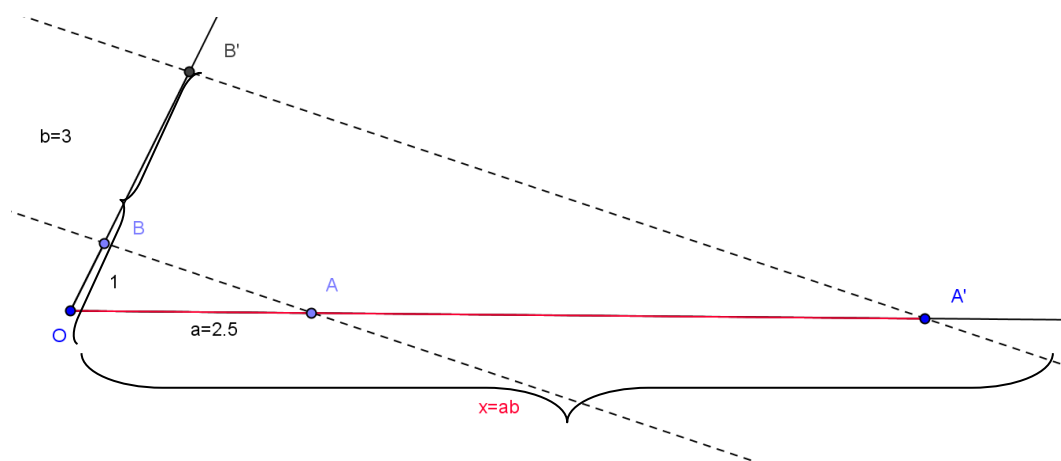
Označimo:  $x=ab$

$\Rightarrow$  to možemo shvatiti kao:  $x:1 = a:b$

$\Rightarrow x:a = b:1$

Postupak:

Nacrtamo  $|OA| = 2.5$ ,  $|OB| = 1$ ,  $|OB'| = 3 \Rightarrow$  povučemo pravac kroz  $AB$ , pa paralelu s  $AB$  kroz  $A'B' \Rightarrow x = |OA'|$



**Primjer:** Za dužine duljina  $a=2.5$ ,  $b=3$  konstruiraj dužinu duljine  $a:b$

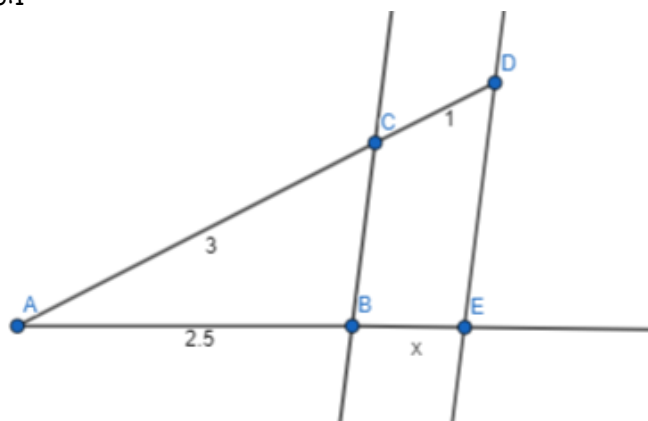
Rj:

Označimo:  $x=a:b$

$\Rightarrow$  to možemo shvatiti kao:  $x:1 = a:b$

$\Rightarrow x:a = 1:b$

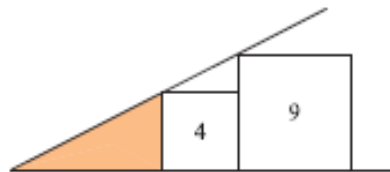
$\Rightarrow a:x = b:1$



**Primjer:** Površine dvaju kvadrata jednake su  $9 \text{ cm}^2$  i  $4 \text{ cm}^2$ .

Površina iscrtanog trokuta jednaka je

- 1)  $4 \text{ cm}^2$ ;                      2)  $3 \text{ cm}^2$ ;  
 3)  $5 \text{ cm}^2$ ;                      4)  $3.5 \text{ cm}^2$ .



Rj:

$b=2 \text{ cm}$  jer je stranica kvadrata

$$a:2=(a+2):3$$

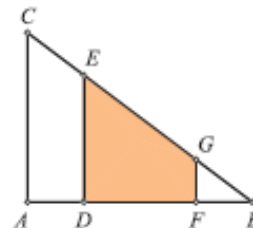
$$3a=2a+4$$

$$a=4 \text{ cm}$$

$$P = \frac{ab}{2} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \text{ cm}^2$$

**Primjer:** Dan je trokut  $ABC$ ,  $|AB| = 16 \text{ cm}$ ,  $|BC| = 20 \text{ cm}$ ,  $|AC| = 12 \text{ cm}$ . Ako je  $DE \parallel FG$  i  $|CE| = |BG| = 5 \text{ cm}$ , opseg četverokuta  $DFGE$  je jednak

- 1)  $24 \text{ cm}$ ;                      2)  $34 \text{ cm}$ ;  
 3)  $30 \text{ cm}$ ;                      4)  $40 \text{ cm}$ .



Rj:

$$1.) |EG| = |BC| - |CE| - |BG| = 20 - 5 - 5 = 10 \text{ cm}$$

$$2.) |DF| : |EG| = |AB| : |BC|$$

$$20|DF| = 10 \cdot 16$$

$$|DF| = 8 \text{ cm}$$

$$3.) |GF| : |GB| = |AC| : |BC|$$

$$20|GF| = 5 \cdot 12$$

$$|GF| = 3 \text{ cm}$$

$$4.) |ED| : |EB| = |AC| : |BC|$$

$$20|ED| = 15 \cdot 12$$

$$|ED| = 9 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow O = 10 + 8 + 3 + 9 = 30 \text{ cm}$$