II. OSNOVNI POJMOVI, PRAVILA I FORMULE

Skupovi

Definicija: Unija skupova A i B je skup: $A \cup B = \{\, x : x \in A \text{ ili } x \in B \,\}$.

Definicija: Presjek skupova A i B je skup: $A \cap B = \{\, x : x \in A \text{ i } x \in B \,\}$.

Definicija: Razlika skupa A i skupa B ($A \setminus B$) skup je koji se sastoji od onih elemenata skupa A koji nisu u skupu B → $A \setminus B = \{\, x : x \in A \text{ i } x \notin B \,\}$.

Važno: $A \setminus B \neq B \setminus A$

Definicija: Skup A je podskup skupa B ($A \subseteq B$) ako je svaki element skupa A ujedno i element skupa B.

Intervali

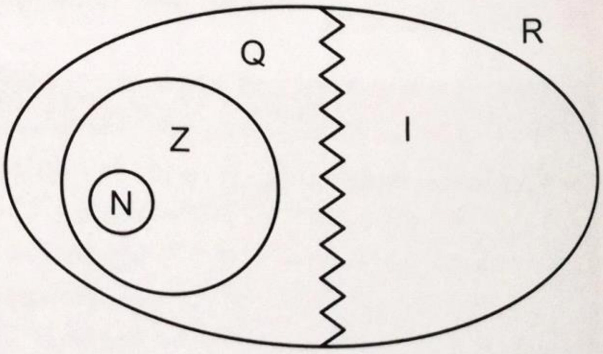
Zatvoreni interval: $[a, b] = \{x \in \mathbf{R}: a \leq x \leq b\}$

Otvoreni interval: $\langle a, b\rangle = \{x \in \mathbf{R}: a < x < b\}$

Poluotvoreni ili poluzatvoreni interval:
$[a, b\rangle = \{x \in \mathbf{R}: a \leq x < b\}$
$\langle a, b] = \{x \in \mathbf{R}: a < x \leq b\}$

Neki posebni intervali:
$[a, +\infty\rangle = \{\, x \in \mathbf{R}: x \geq a\}$
$\langle a, +\infty\rangle = \{\, x \in \mathbf{R}: x > a\}$
$\langle -\infty, b] = \{\, x \in \mathbf{R}: x \leq b\}$
$\langle -\infty, b\rangle = \{\, x \in \mathbf{R}: x < b\}$

Skupovi brojeva



Skup prirodnih brojeva: $\mathbf{N} = \{1, 2, 3,...\}$

Skup cijelih brojeva: $\mathbf{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,...\}$

Skup racionalnih brojeva: $\mathbf{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a \in Z, b \in N \right\}$

Skup iracionalnih brojeva **I:** primjer iracionalnih brojeva: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi,...$

Skup realnih brojeva **R** unija je skupa racionalnih brojeva **Q** i skupa iracionalnih brojeva **I.**

$\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup \mathbf{I}$ uz $\mathbf{Q} \cap \mathbf{I} = \varnothing$, gdje je $\varnothing$ prazan skup.

Skup kompleksnih brojeva

$C = \{ z : z = a + bi : a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R}, i^2 = -1 \}$

Vrijedi: $N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$.

Ako je $z = ai + b$, tada je $\overline{z} = a - bi$. z i $\overline{z}$ su konjugirano kompleksni brojevi.

a) Operacije s kompleksnim brojevima u algebarskom zapisu

$z_1 = a + bi$

$z_2 = c + di$

$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)\,i$

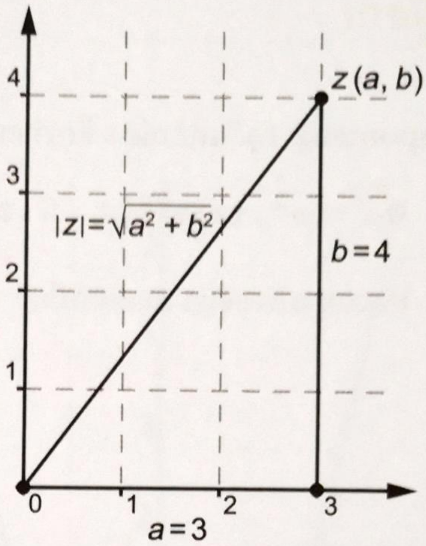
$z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)\,i$

$z_1 \cdot z_2 = (a + bi) \cdot (c + di)$ uz $i^2 = -1$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+bi}{c+di} \cdot \frac{c-di}{c-di} = \frac{(a+bi)(c+di)}{c^2+d^2}$$

Apsolutna vrijednost kompleksnog broja:

$|z| = \sqrt{a^2+b^2},\ a, b \in \mathbf{R}$



Prikaz kompleksnog broja u Gaussovoj ravnini

b) Trigonometrijski zapis kompleksnog broja

- $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, $z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2))$
- $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2))$, $z^n = r^n[\cos(n\varphi) + i\sin(n\varphi)]$
- $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\left(\dfrac{\varphi + 2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\dfrac{\varphi + 2k\pi}{n}\right)\right)$, $k = 0, 1, ..., n - 1$.

viša razina (A)

Potencije i korijeni

Potencije

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot .... \cdot a}_{n \text{ faktora}}$

a – baza

n – eksponent

Pravila za računanje s potencijama:

a) računanje s potencijama istih baza

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, za svaki $a > 0$ i za sve $m, n \in \mathbf{R}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$, za svaki $a > 0$ i za sve $m, n \in \mathbf{R}$,

b) računanje s potencijama istih eksponenata

- $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$, za svaki $a, b > 0$ i za svaki $m \in \mathbf{R}$
- $a^m : b^m = (a : b)^m$, za svaki $a, b > 0$ i za svaki $m \in \mathbf{R}$,

c) općenita pravila

- $a^0 = 1$, za svaki $a > 0$
- $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$, za svaki $a > 0$ i za sve $m, n \in \mathbf{R}$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, za svaki $a > 0$ i za sve $m, n \in \mathbf{R}$.

Korijeni

Napomena: računanje s korijenima može se svesti na računanje s potencijama

- $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$, za svaki $a > 0$ i za svaki $n \in \mathbf{R}$, $m \in \langle 0, +\infty \rangle$
- Racionalizacija nazivnika: $\dfrac{a}{\sqrt{a}} = \dfrac{a}{\sqrt{a}} \cdot \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \dfrac{a\sqrt{a}}{a} = \sqrt{a}$

$$\frac{a}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}} = \frac{a \cdot \left(\sqrt{a} \mp \sqrt{b}\right)}{a - b}$$

viša razina (A)

Kvadrat binoma, razlika kvadrata

- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Kub binoma, zbroj i razlika kubova

- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
- $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

Binomni poučak

Faktorijel: $n! = n \cdot (n-1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n$, za svaki $n \in \mathbf{N}$

Binomni koeficijenti: $\dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$, za svaki $n, k \in \mathbf{N}_0$ i $k \le n$

Osnovna svojstava binomnih koeficijenata

$$\binom{n}{0} = 1, \quad \binom{n}{1} = 1, \quad \binom{n}{n} = 1$$

Pascalov trokut

$n = 0$ 1

$n = 1$ 1 1

$n = 2$ 1 2 1

$n = 3$ 1 3 3 1

$n = 4$ 1 4 6 4 1

⋮

Binomni poučak

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \ldots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \ldots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n$$

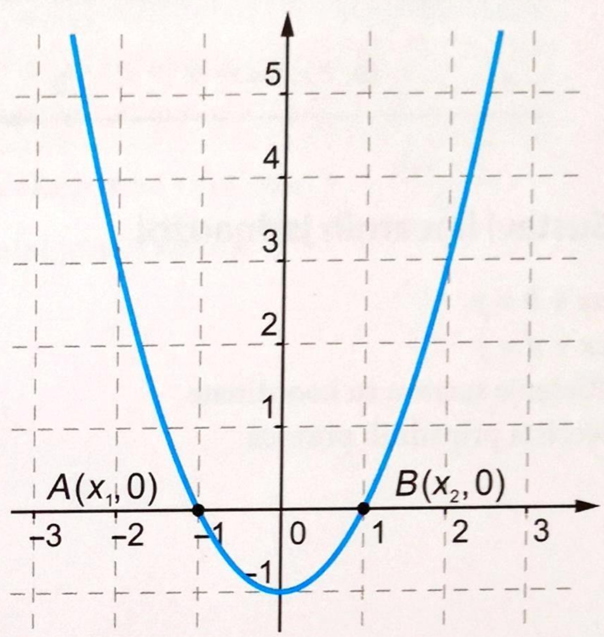
viša razina (A)

Postotci

$p \cdot o = 100 \cdot i$ $\qquad$ i – postotni iznos, $\quad p$ – postotak, $\quad o$ – osnovica

Funkcije

$f: D \to K$ $\quad$ D – domena ili područje definicije funkcije
K – kodomena ili područje funkcijskih vrijednosti



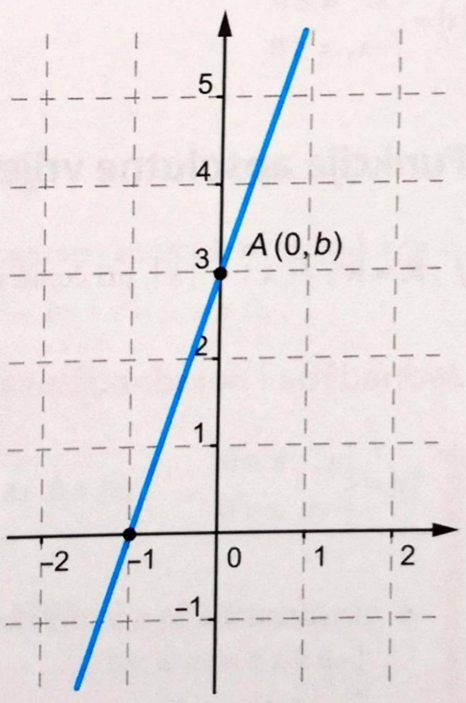
Nultočke funkcije su sva rješenja jednadžbe $f(x) = 0$ koja pripadaju skupu D.

- Sjecišta su grafa funkcije s koordinatnim osima točke: $(x, 0)$, $(0, f(0))$, gdje je x nultočka funkcije $f(x)$.
- Kompozicija funkcija f i g jest $(f \circ g)(x) = f(g(x))$.
- Za funkciju f definira se inverzna funkcija f^{-1} kao $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ i $(f \circ f^{-1})(x) = x$.
- Za parnu funkciju vrijedi: $f(-x) = f(x)$, za svaki $x \in D$.
- Za neparnu funkciju vrijedi: $f(-x) = -f(x)$, za svaki $x \in D$.

Linearna funkcija

$f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ $\quad$ $f(x) = ax + b$
a – koeficijent smjera (nagib pravca)
b – odsječak na osi y

Graf linearne funkcije je pravac.

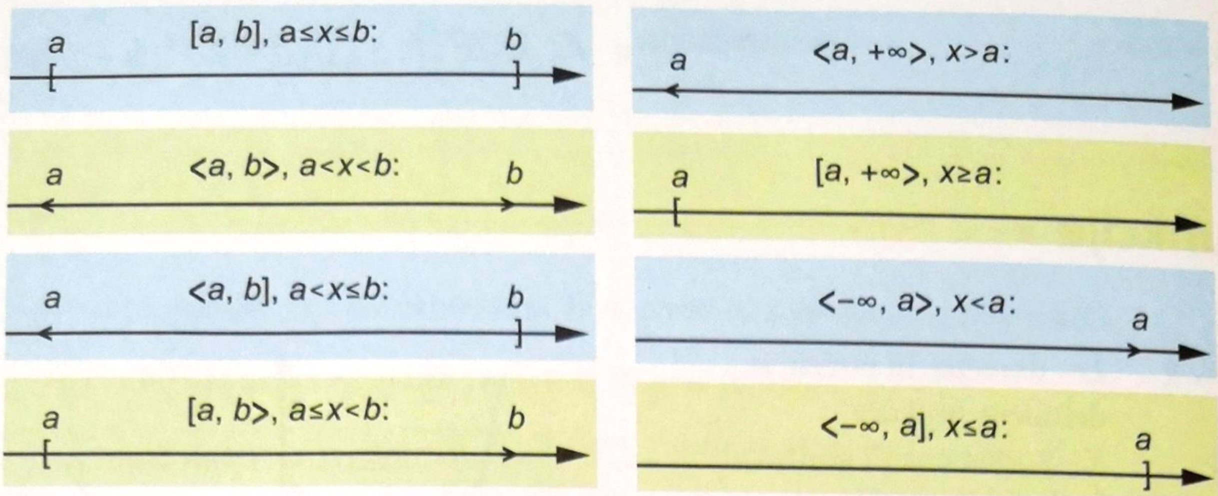


Linearna jednadžba

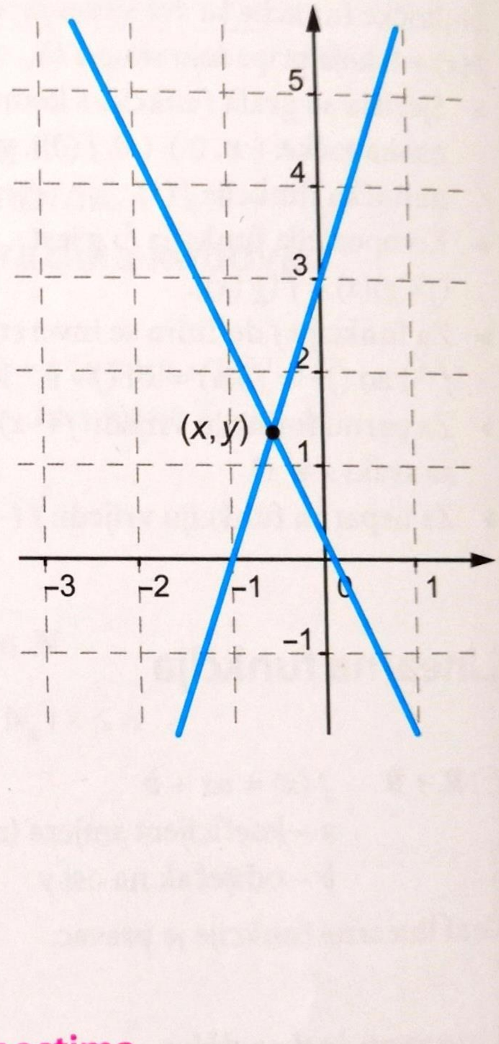
$$ax + b = 0$$
$$ax = -b$$
$$x = -\frac{b}{a}$$

Linearna nejednadžba

► Prikazi rješenja nejednadžbi uz pomoć intervala, nejednakosti i grafički ($a, b \in \mathbf{R}$):



Sustavi linearnih jednadžbi



$ax + b = y$
$cx + d = y$
Rješenje sustava su koordinate sjecišta pripadnih pravaca.

Apsolutna vrijednost

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

Funkcija apsolutne vrijednosti

$f : \mathrm{R} \to \mathrm{R}^+;\ f(x) = |x|$, pri čemu je $\mathbf{R}^+ = [0, +\infty\rangle$

Jednadžba i nejednadžba s apsolutnim vrijednostima

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}, \qquad |x| \geq 0 \text{ za svaki } x \in \mathbf{R}$$

► nejednadžba $|x| \leq a$ ima rješenje:

$$\begin{cases} -a \leq x \leq a \text{ za } a > 0 \\ x = 0 \text{ za } a = 0 \\ \text{nema rješenja za } a < 0 \end{cases}$$

► nejednadžba $|x| \geq a$ ima rješenje:

$$\begin{cases} x \leq -a \text{ ili } x \geq a \text{ za } a > 0 \\ x = 0 \text{ za } a = 0 \\ \text{svaki realan broj za } a < 0 \end{cases}$$

viša razina (A)

Kvadratna funkcija

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R} \quad f(x) = ax^2 + bx + c\,, \quad a, b, c \in \mathbf{R} \;\; a \neq 0$

Parabola je grafički prikaz polinoma drugog stupnja.
Za $a > 0$ pripadna parabola je *otvorom* okrenuta prema gore
Za $a < 0$ pripadna parabola je *otvorom* okrenuta prema dolje

Tjeme parabole: $T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

Položaj parabole ovisi o parametrima a i D.

- Ako je broj $D = b^2 - 4ac = 0$, parabola dira os apscisa.
- Ako je broj $D = b^2 - 4ac < 0$ i $a > 0$, parabola je iznad osi apscisa.
- Ako je broj $D = b^2 - 4ac < 0$ i $a < 0$, parabola je ispod osi apscisa.

Funkcija $f(x) = ax^2 + bx + c$ za $x_0 = -\frac{b}{2a}$ poprima ekstremnu vrijednost $y_0 = \frac{4ac-b^2}{4a}$.
Za $a > 0$ y_0 globalni je minimum, za $a < 0$ y_0 globalni je maksimum.

Kvadratna jednadžba

- Nepotpune kvadratne jednadžbe:

$b = 0,\; a \neq 0$
$ax^2 + c = 0$
$x_{1,2} = \sqrt{-\frac{c}{a}}\,;$

$c = 0;\; a \neq 0$
$ax^2 + bx = 0$
$x_1 = 0$
$x_2 = -\frac{b}{a}$

- Opća kvadratna jednadžba: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Diskriminanta kvadratne jednadžbe: $D = b^2 - 4ac$
  - $D > 0$ jednadžba ima dva različita realna rješenja
  - $D = 0$ jednadžba ima dvostruko realno rješenje
  - $D < 0$ jednadžba nema realnih rješenja, rješenja su konjugirano kompleksni brojevi $x_2 = \overline{x_1}$
- Vièteove formule za rješavanje kvadratne jednadžbe $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \qquad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

- Faktorizacija kvadratnog trinoma $ax^2 + bx + c$:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

gdje su x_1 i x_2 rješenja kvadratne jednadžbe $ax^2 + bx + c = 0$

- Normirana kvadratna jednadžba kojoj su rješenja x_1 i x_2 glasi:

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0.$$

Kvadratna nejednadžba

▸ Rješenja kvadratnih nejednadžbi: $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \le 0$, $ax^2 + bx + c \ge 0$ mogu se odrediti sa skice pripadne parabole. *viša razina (A)*

Eksponencijalna i logaritamska funkcija

$f: \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R} \quad f(x) = \log_a x \quad a > 0, a \neq 1$

$f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}^+ \quad f(x) = a^x \quad a > 0, a \neq 1$

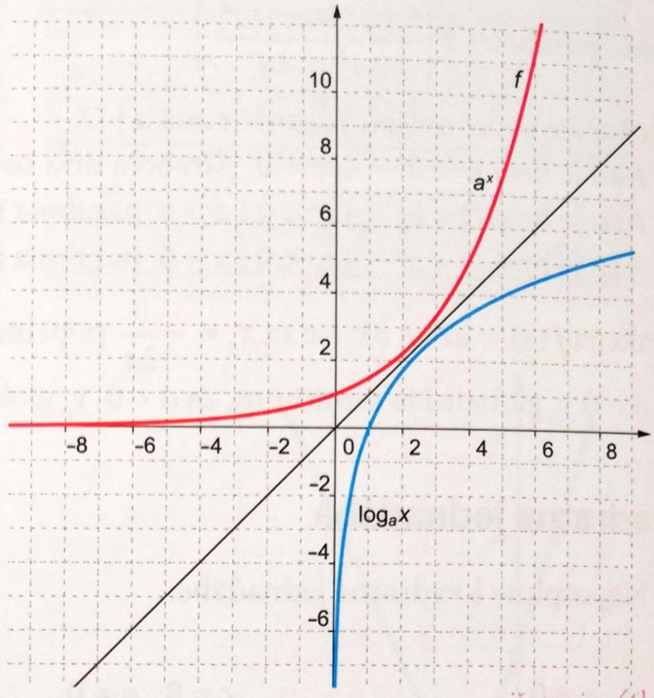
$\log_b b^x = x = b^{\log_b x}$, za $b > 0, b \neq 1$

$\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$, za $b, x, y > 0, b \neq 1$

$\log_b \dfrac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$, za $b, x, y > 0, b \neq 1$

$\log_b x^y = y \log_b x$, $b > 0, b \neq 1$ i $x, y > 0$

$\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$



viša razina (A)

Eksponencijalna i logaritamska jednadžba

$b^x = a \Leftrightarrow x = \log_b a$, za $b > 0, b \neq 1$ i $y > 0$.

$f(x) = a^x$ i $g(x) = b^y$. Ako je $f(x) = g(x)$ i $a = b$ slijedi da je $x = y$. *viša razina (A)*

Trigonometrijske funkcije

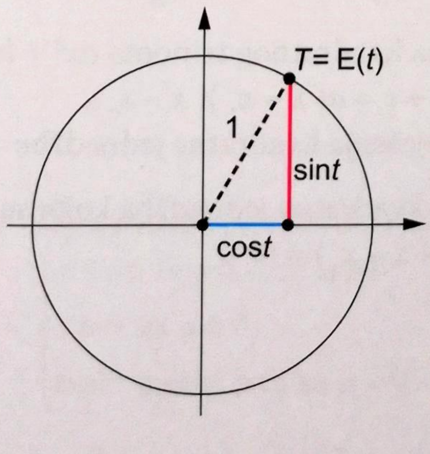
▸ Pretvorba stupnjeva u radijane $\alpha° = \dfrac{\alpha°}{180°} \cdot \pi$ rad. Npr. $90° = \dfrac{90°}{180°} \cdot \pi = \dfrac{\pi}{2}$ rad.

▸ Pretvorba radijana u stupnjeve α rad $= \dfrac{\alpha \text{ rad}}{\pi \text{ rad}} \cdot 180°$. Npr. $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$ rad $= \dfrac{\frac{\pi}{4}\text{ rad}}{\pi \text{ rad}} \cdot 180° = 45°$.

▸ Definicije funkcija sinus i kosinus

$f: \mathbf{R} \to [-1, 1] \quad f(t) = \sin t$

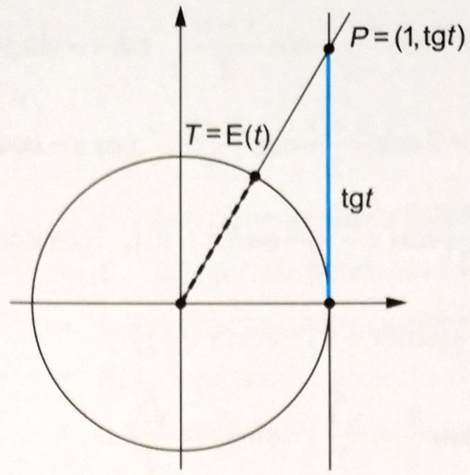
$f: \mathbf{R} \to [-1, 1] \quad f(t) = \cos t$



tangens

$f:\mathbf{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi : k\in\mathbf{Z}\right\}\to\mathbf{R}$

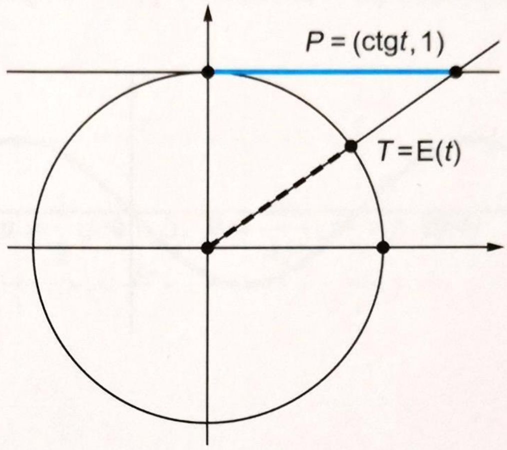
$f(t)=\operatorname{tg} t$



kotangens

$f:\mathbf{R}\setminus\{k\pi : k\in\mathbf{Z}\}\to\mathbf{R}$

$f(t)=\operatorname{ctg} t$



- Kosinus je parna funkcija $\cos(-t)=\cos t,\ \forall t\in\mathbf{R}$
- Sinus, tangens i kotangens neparne su funkcije $\sin(-t)=-\sin t,\ \forall t\in\mathbf{R}$;

  $\operatorname{tg}(-t)=-\operatorname{tg} t,\ \forall\, t\in\mathbf{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi : k\in\mathbf{Z}\right\}$;

  $\operatorname{ctg}(-t)=-\operatorname{ctg} t,\ \forall t\in\mathbf{R}\setminus\{k\pi : k\in\mathbf{Z}\}$.
- Trigonometrijske su funkcije periodične ($k\in\mathbf{Z}$):

  $\sin(t+k\cdot 2\pi)=\sin t$, $\quad\cos(t+k\cdot 2\pi)=\cos t$,

  $\operatorname{tg}(t+k\pi)=\operatorname{tg} t$, $\quad\operatorname{ctg}(t+k\pi)=\operatorname{ctg} t$.

  Dakle, funkcije sin i cos imaju temeljni period 2π, a tg i ctg temeljni period π.
- Formule redukcije $\cos(\pi-t)=-\cos t$ $\qquad\cos(\pi+t)=-\cos t$

  $\sin(\pi-t)=\sin t$ $\qquad\sin(\pi+t)=-\sin t$

  $\cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right)=\sin t$ $\qquad\cos\left(\frac{\pi}{2}+t\right)=-\sin t$

  $\sin\left(\frac{\pi}{2}-t\right)=\cos t$ $\qquad\sin\left(\frac{\pi}{2}+t\right)=\cos t$
- $\sin^2 x+\cos^2 x=1,\quad \operatorname{tg} x=\frac{\sin x}{\cos x},\quad \operatorname{ctg} x=\frac{1}{\operatorname{tg} x},\quad \sin 2x=2\sin x\cos x,\quad \cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$
- $\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\sin y\cos x,\quad \cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y,$

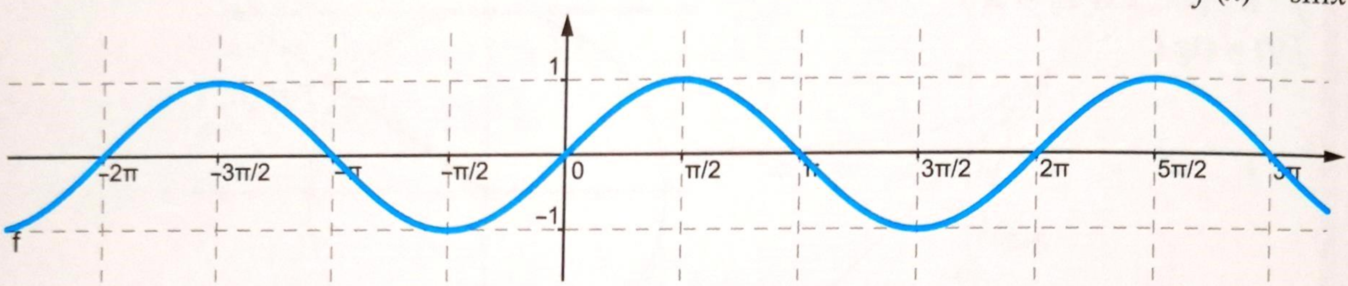
  $\operatorname{tg}(x\pm y)=\frac{\operatorname{tg} x\pm\operatorname{tg} y}{1\mp\operatorname{tg} x\cdot\operatorname{tg} y}.$

- $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\quad \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
- $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\quad \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
- $\sin x \sin y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) - \cos(x+y)]$, $\quad \cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x-y) + \cos(x+y)]$,

  $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) - \cos(x-y)]$
- $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\quad \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\quad \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Graf funkcije sinus $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ amplituda A, period $T = \frac{2\pi}{\omega}$, fazni pomak φ

$f(x) = \sin x$



Nizovi

- Aritmetički niz: $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$,

  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$
- Geometrijski niz: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$,

  $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- Geometrijski red: $S = \frac{a_1}{q-1}$, $\quad |q| < 1$

viša razina (A)

Derivacija funkcije

- Derivacija umnoška: $(f\cdot g)' = f'\cdot g + f\cdot g'$
- Derivacija kvocijenta: $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'\cdot g - f\cdot g'}{g^2}$
- Derivacija kompozicije: $(f\circ g)'(x) = f'(g(x))\cdot g'(x)$
- Tangenta na graf funkcije f u točki $T(x_1, y_1)$:
  $y - y_1 = f'(x_1)\cdot(x - x_1)$
- Derivacije:

$c' = 0$	$(x^n)' = n\cdot x^{n-1}$	$(\sin x)' = \cos x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

viša razina (A)

Planimetrija

- Oznake:
  - A, B, C vrhovi trokuta
    A, B, C, D vrhovi četverokuta
  - a, b, c stranice
  - α, β, γ kutovi
  - O opseg geometrijskog lika
  - P površina geometrijskog lika
  - d dijagonala kvadrata i pravokutnika
  - e, f dijagonale paralelograma
  - R, r_o polumjer trokutu opisane kružnice
  - ρ, r_u polumjer trokutu upisane kružnice.

Trokut

Trokut

$$P=\frac{av_a}{2}=\frac{bv_b}{2}=\frac{cv_c}{2};\ P=\frac{1}{2}ab\sin\gamma=\frac{1}{2}bc\sin\alpha=\frac{1}{2}ac\sin\beta;\ P=\frac{abc}{4R};\ P=\rho\cdot s$$

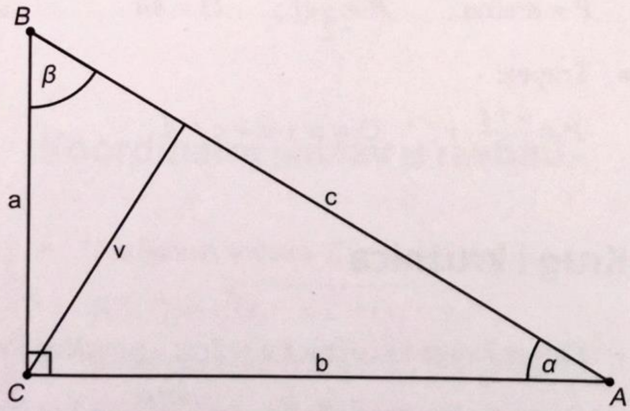
$$P=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)};\ s=\frac{a+b+c}{2}$$

- Zbroj kutova u trokutu: $\alpha+\beta+\gamma=180°$
- Sukladnost i sličnost trokuta
  Kažemo da su trokuti sukladni ako imaju sukladne odgovarajuće kutove i stranice: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$.
  - Kažemo da su trokuti slični ako imaju sukladne odgovarajuće kutove i proporcionalne (razmjerne) odgovarajuće stranice: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$.
  - Koeficijent sličnosti k:

$$k=\frac{a'}{a}=\frac{b'}{b}=\frac{c'}{c};\ \frac{O'}{O}=k;\ \frac{P'}{P}=k^2.$$

Pravokutni trokut

- $\alpha+\beta=90°, \quad \gamma=90°$
- $c^2=a^2+b^2$ (Pitagorin poučak)
- $P=\frac{ab}{2}=\frac{cv}{2}$
- $O=a+b+c$
- $R=\frac{c}{2}$
- $\rho=\frac{ab}{a+b+c}$
- $p+q=c$
  $v=\sqrt{pq},\ a=\sqrt{pc},\ b=\sqrt{qc}$ Euklidov poučak



- Jednakostranični trokut

$$v=\frac{a\sqrt{3}}{2};\ P=\frac{a^2\sqrt{3}}{4};\ R=\frac{a\sqrt{3}}{3};\ \rho=\frac{R}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6};\ O=3a$$

Trigonometrija pravokutnoga trokuta

- sinus kuta = $\dfrac{\text{nasuprotna kateta}}{\text{hipotenuza}}$, $\sin\alpha = \dfrac{a}{c}$
- kosinus kuta = $\dfrac{\text{priležeća kateta}}{\text{hipotenuza}}$, $\cos\alpha = \dfrac{b}{c}$
- tangens kuta = $\dfrac{\text{nasuprotna kateta}}{\text{priležeća kateta}}$, $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a}{b}$

viša razina (A)

Trigonometrija raznostraničnoga trokuta

- Poučak o sinusima: $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- Poučak o kosinusima:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$, $\cos\alpha = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$, $\cos\beta = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$, $\cos\gamma = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

viša razina (A)

Četverokut

- Paralelogram:

  $P = a \cdot v$; $P = ab\sin\alpha$;

  $P = \dfrac{1}{2}ef\sin\varphi$; $O = 2(a + b)$
- Romb:

  $P = a^2\sin\alpha$; $P = \dfrac{1}{2}ef$; $O = 4a$
- Trapez:

  $P = \dfrac{a+c}{2} \cdot v$; $O = a + b + c + d$

Pravilni mnogokuti

- Središnji kut: $\alpha = \dfrac{360°}{n}$
- Unutarnji kut: $180° - \alpha = \dfrac{(n-2) \cdot 180°}{n}$
- Broj dijagonala: $\dfrac{n(n-3)}{2}$
- Zbroj unutarnjih kutova: $180° \cdot (n - 2)$

Krug i kružnica

- Opseg kruga i kružnice $o = 2r\pi$; površina kruga $P = r^2\pi$
- Površina kružnog isječka: $I = \dfrac{r^2\pi\alpha}{360°}$ (α-kut izražen u stupnjevima)
- Duljina kružnog luka: $l = \dfrac{r\pi\alpha}{180°}$ (α-kut izražen u stupnjevima)
- Talesov poučak: Obodni kut nad promjerom kružnice je pravi.
- Poučak o obodnome (β) i središnjem kutu (α): $\alpha = 2\beta$

Stereometrija

Oznake:

- O oplošje
- V volumen (obujam)
- B površina baze
- D prostorna dijagonala
- h visina geometrijskoga tijela
- o_B opseg baze
- P površina plašta
- s izvodnica stošca
- r polumjer baze valjka i stošca
- R polumjer opisane kugle.

Prizma

$V = B \cdot h$, $\quad O = 2B + P = 2B + o_B \cdot h$

- **Kocka:** $V = a^3$, $\quad O = 6a^2$, $\quad D = a\sqrt{3}$
- **Kvadar:** $V = a \cdot b \cdot c$, $\quad O = 2\,(ab + bc + ac)$, $\quad D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Piramida

$V = \dfrac{B \cdot h}{3}$, $\quad O = B + P$

- **Valjak:** $V = r^2\pi h$, $\quad O = 2r\pi(r + h)$
- **Stožac:** $V = \dfrac{r^2\pi\, h}{3}$, $\quad O = r\pi(r + s)$, $\quad s = \sqrt{r^2 + h^2}$

Kugla

$V = \dfrac{4}{3}R^3\pi$, $\quad O = 4R^2\pi$

Analitička geometrija

Vektori

- Koordinatni prikaz vektora:
  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$
- Skalarni umnožak vektora:
  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$
- Duljina vektora: $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$
- Kut među vektorima: $\cos\alpha = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

viša razina (A)

Koordinatni sustav u ravnini

- Udaljenost točaka $T_1(x_1, y_1)$, $T_2(x_2, y_2)$:
  $d(T_1, T_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Koordinate polovišta $P(x_p, y_p)$ dužine $\overline{T_1T_2}$:
  $x_P = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$, $\; y_P = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$
- Površina trokuta ΔABC,
  $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:
  $P = \dfrac{1}{2}\left|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right|$

Jednadžba pravca

- Eksplicitni oblik jednadžbe pravca: $y = kx + l$; $k = \text{tg}\alpha$, α kut nagiba pravca prema x-osi; l – odsječak pravca na osi ordinata
- Jednadžba pravca zadanoga točkom $T(x_1, y_1)$ i koeficijentom smjera k: $y - y_1 = k(x - x_1)$
- Jednadžba pravca zadanoga dvjema točkama $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$: $y - y_1 = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$
- Segmentni oblik jednadžbe pravca: $\dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n} = 1$, gdje su m i n odsječci na osi x i y redom
- Uvjet usporednosti pravaca: $p_1 \parallel p_2 \leftrightarrow k_1 = k_2$, gdje su k_1, k_2 koeficjenti smjera
- Uvjet okomitosti pravaca: $p_1 \perp p_2 \leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$, gdje su k_1, k_2 koeficjenti smjera
- Kut između dva pravca: $tg\alpha = \left|\dfrac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}\right|$, $\alpha \in [0, \pi\rangle$, $k_1 \cdot k_2 \neq 1$
- Udaljenost točke $T(x_1, y_1)$ od pravca $p...Ax + By + C = 0$: $d(T, p) = \dfrac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Krivulje drugoga reda

Kružnica

- Jednadžba kružnice polumjera r sa središtem u $S(p, q)$: $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$
- Jednadžba tangente na kružnicu u njezinoj točki $T(x_1, y_1)$: $(x_1 - p)(x - p) + (y_1 - q)(y - q) = r^2$
- Uvjet da pravac $p...\ y = kx + l$ bude tangenta kružnice: $r^2(k^2 + 1) = (kp - q + l)^2$

viša razina (A)

Elipsa

- a – duljina velike poluosi
- e – linearni ekscentricitet, $e = \sqrt{a^2 - b^2}$
- $F_{1,2}(\pm e, 0)$ – žarišta
- Jednadžba elipse: $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$; $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$
- Jednadžba tangente na elipsu u njezinoj točki $T(x_1, y_1)$: $\dfrac{x_1 x}{a^2} + \dfrac{y_1 y}{b^2} = 1$
- Uvjet da pravac $p...\ y = kx + l$ bude tangenta elipse: $a^2 k^2 + b^2 = l^2$

Hiperbola

- a – duljina velike poluosi
- b – duljina male poluosi
- e – linearni ekscentricitet, $e = \sqrt{a^2 + b^2}$
- $F_{1,2}(\pm e, 0)$ – žarišta
- asimptote: $y = \pm\dfrac{b}{a}x$
- Jednadžba hiperbole: $b^2 x^2 - a^2 y^2 = a^2 b^2$; $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$
- Jednadžba tangente na hiperbolu u njezinoj točki $T(x_1, y_1)$: $\dfrac{x_1 x}{a^2} - \dfrac{y_1 y}{b^2} = 1$
- Uvjet da pravac $p...\ y = kx + l$ bude tangenta hiperbole: $a^2 k^2 - b^2 = l^2$

Parabola

- Jednadžba parabole s tjemenom u ishodištu: $y^2 = 2px$
- Žarište $F\left(\dfrac{p}{2}, 0\right)$
- Direktrisa (ravnalica): $x = -\dfrac{p}{2}$
- Jednadžba tangente na parabolu u njezinoj točki $T(x_1, y_1)$: $y_1 y = p(x + x_1)$
- Uvjet da pravac $p...\ y = kx + l$ bude tangenta parabole: $p = 2kl$

viša razina (A)