

Derivacija složene funkcije, tangenta na graf

1. Odrediti derivacije funkcija $f(x) = (5x^2 - 3x + 1)^3$, $g(x) = \sqrt[4]{(x^2 + 1)^3}$ i

$$h(x) = (x - 1)^2(x + 1) - (x + 1)^2(x - 1).$$

$$\text{Rješenje: } f'(x) = 3(10x - 3)(5x^2 - 3x + 1)^2, g'(x) = \frac{3x}{2\sqrt[4]{x^2 + 1}}, h'(x) = -4x$$

2. Odrediti derivacije funkcija $f(x) = 4 \sin^2 x - 8 \sin x + 3$, $g(x) = \operatorname{tg}(x^2) - \frac{3}{7}\pi^4$ i

$$h(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}.$$

$$\text{Rješenje: } f'(x) = 8 \cos x(\sin x - 1), g'(x) = \frac{2x}{\cos^2(x^2)}, h'(x) = \frac{1 + \sin^2 x}{\cos^3 x}$$

3. Odrediti derivacije funkcija $f(x) = \sqrt{\ln x}$, $g(x) = e^{5x^2 - 3x + 2}$ i $h(x) = \frac{e^x}{\ln x}$.

$$\text{Rješenje: } f'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{\ln x}}, g'(x) = (10x - 3)e^{5x^2 - 3x + 2}, h'(x) = \frac{e^x(x \ln x - 1)}{x \ln^2 x}$$

4. Odrediti derivacije funkcija $f(x) = \ln \cos \frac{x-1}{x}$, $g(x) = \sin e^{x^2 - x}$ i $h(x) = \ln \ln(x^4 + 4)$.

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \operatorname{tg} \frac{x-1}{x}, g'(x) = (2x - 1)e^{x^2 - x} \cos e^{x^2 - x},$$

Rješenje:

$$h'(x) = \frac{4x^3}{(x^4 + 4)\ln(x^4 + 4)}$$

5. Odrediti jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\sin x}}$ u točki grafa s apscisom

$$x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

Rješenje: $y = 1$