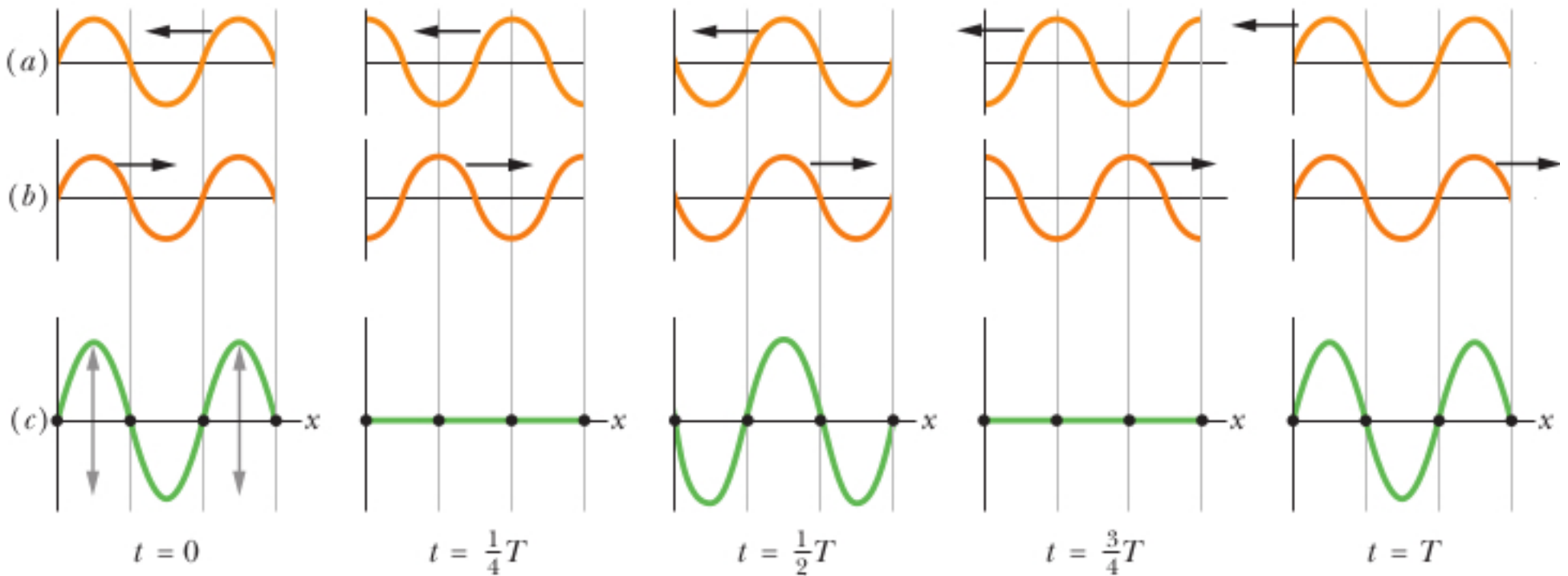
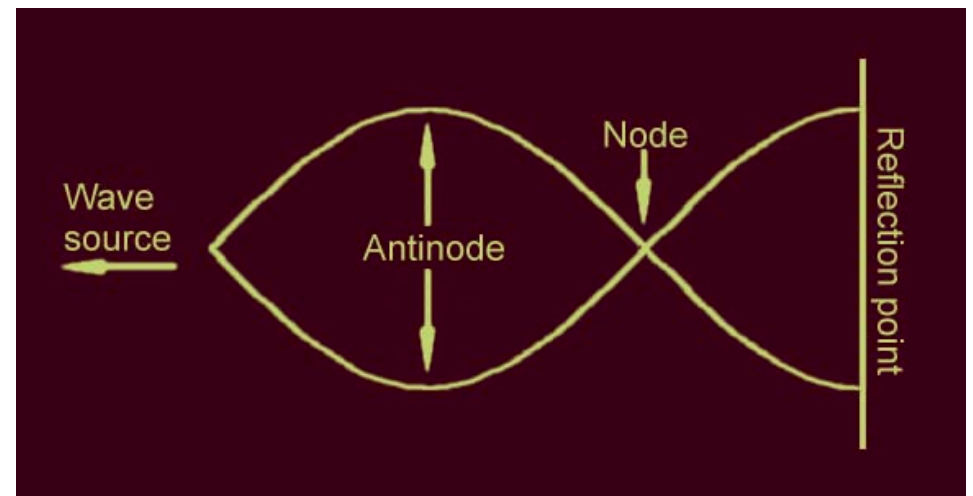


# Stojni valovi



<https://www.youtube.com/watch?v=xhtg-RosQHw>



# Stojni valovi: kratko pitanje

Dva vala iste amplitude i valne duljine interferiraju i stvaraju rezultatni val opisan sljedećom relacijom:

(1)  $y'(x,t) = 4 \sin(5x - 4t)$

(2)  $y'(x,t) = 4 \sin(5x) \cos(4t)$

(3)  $y'(x,t) = 4 \sin(5x + 4t)$

U kojem od navedenih slučajeva dva vala od kojih nastaje stojni val propagiraju:

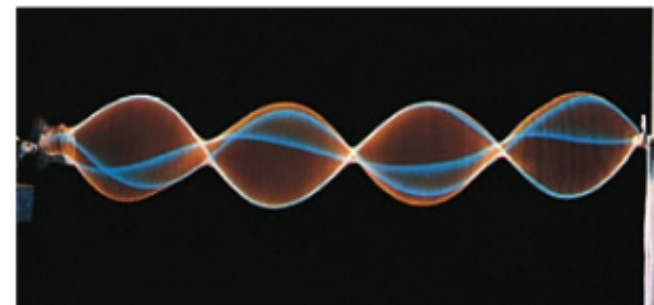
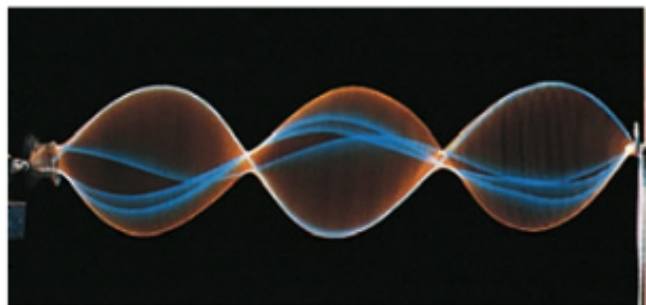
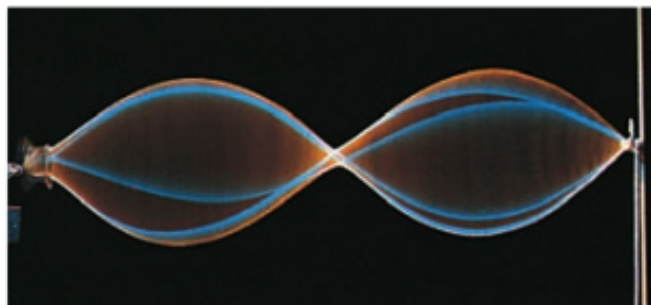
(a) prema pozitivnom  $x$ ;

(b) prema negativnom  $x$ ;

(c) u suprotnim smjerovima?

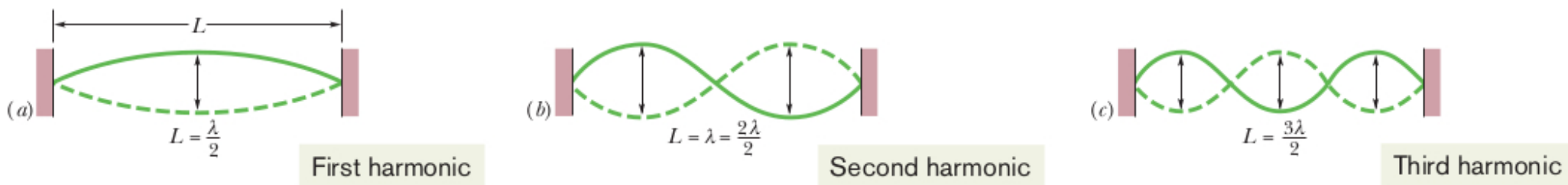
# Stojni valovi i rezonancija

- \* na napetoj žici gitare s lijeve strane kontinuirano šaljem sinusoidalni val određene frekvencije i taj val putuje udesno
  - kad val dođe do desnog ruba reflektira se i kreće ulijevo, pritom se preklapajući s valom koji još uvijek putuje udesno
  - kad jednom reflektirani val stigne do lijevog ruba reflektira se tamo ponovo i taj val kreće udesno, pritom se preklapajući s ulijevo i udesno putujućim valovima
  - .....
  - na žici su mnogobrojni putujućim valovima koji interferiraju
- \* za određene frekvencije interferencija stvori stojni val određenog oblika, tzv. oscilacijski mod, sa čvorovima i antičvorovima



# Stojni valovi i rezonancija

\* za žicu kažemo da rezonira na određenim frekvencijama, tzv. rezonantnim frekvencijama



\* rezonantna frekvencija:  $F = n \frac{v}{2L}$   $n=1,2,3,\dots$

\*  $n$  je harmonički broj:  $n = 1$  fundamentalni mod ili prvi harmonik

$n = 2$  drugi harmonik

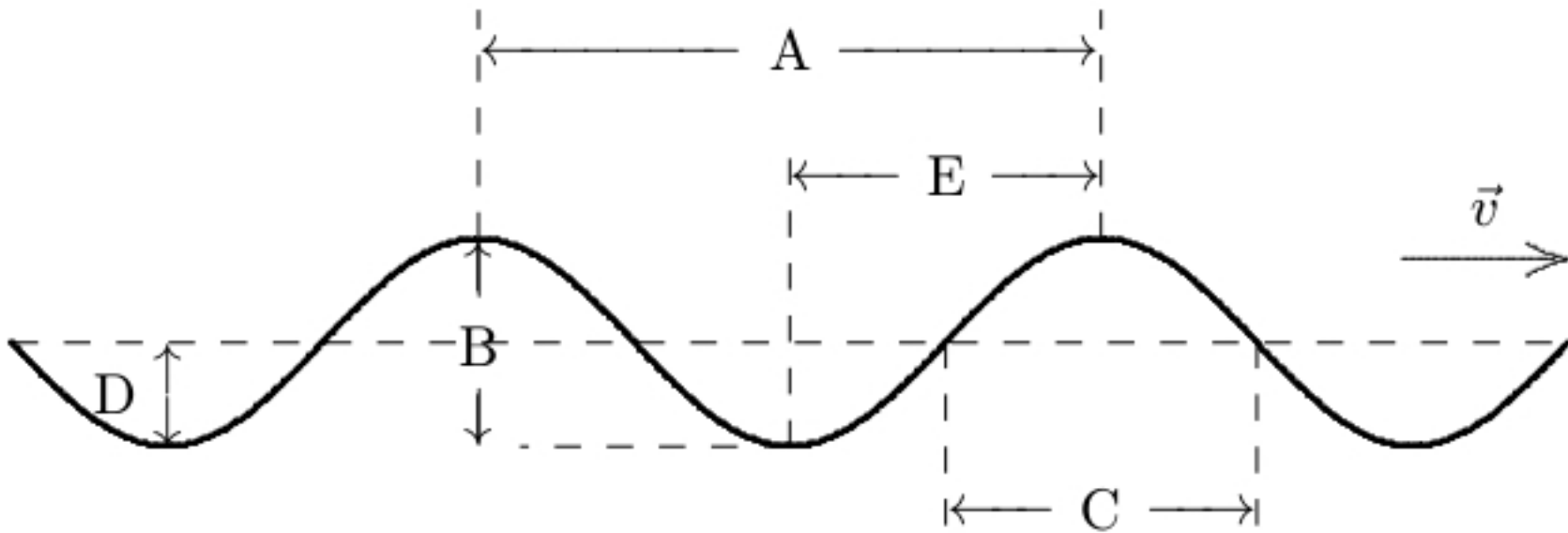
$n = 3$  treći harmonik

\* skup svih mogućih oscilacijskih modova nazivamo oscilacijski niz



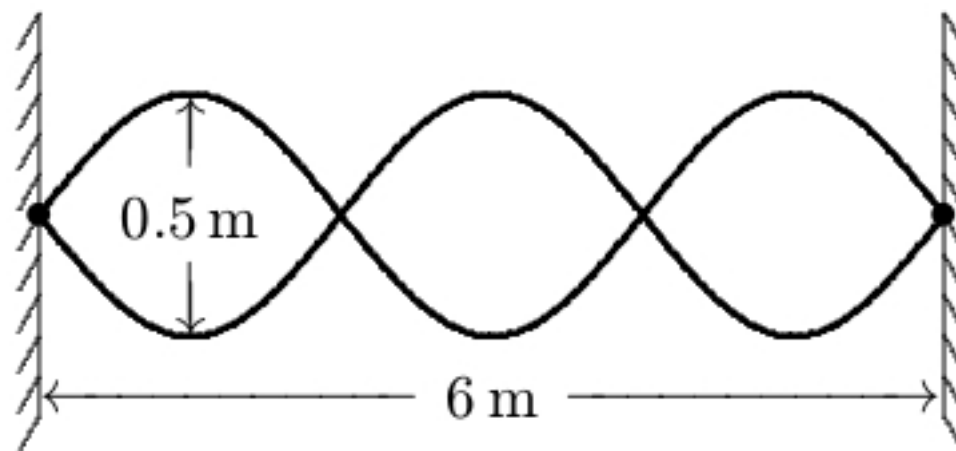
# Valovi: kratko pitanje

Sinusoidalni val putuje udesno, kao na slici. Kojim slovom je označena amplituda vala?



# Stojni valovi: kratko pitanje

Žica je pričvršćena na oba kraja i na njoj se pojavio oblik stojnog vala, kao što je prikazan na slici.

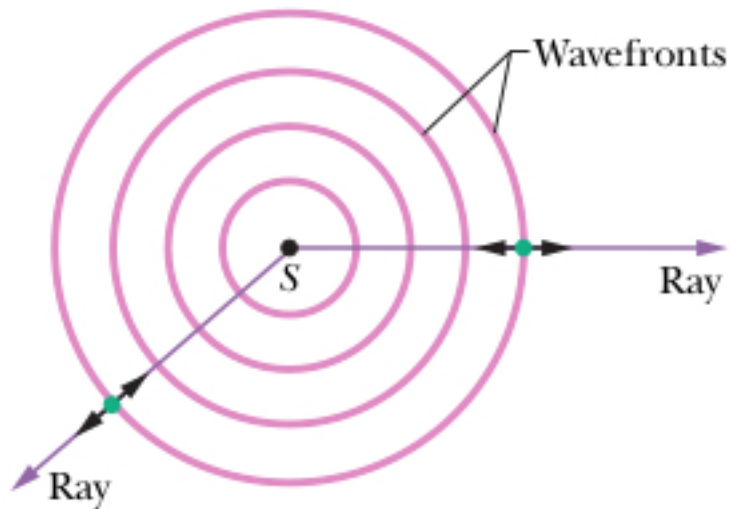


Valna duljina jedne od komponenti putujućeg vala jest:

- a) 0.25 m
- b) 0.5 m
- c) 1 m
- d) 2 m
- e) 4m

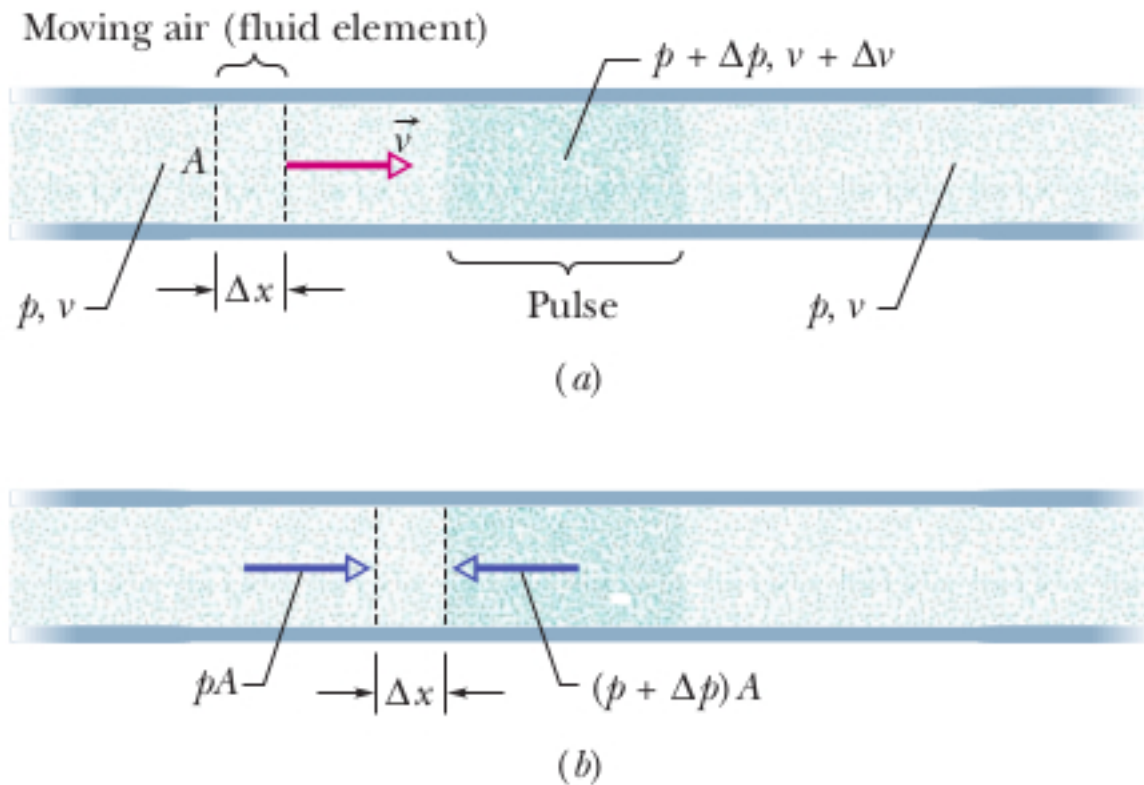
# Zvučni valovi

- \* longitudinalni valovi
- \* u blizini točkastog izvora valne fronte su sferične → sferični val  
daleko od točkastog izvora valne fronte su približno ravne  
→ planarni val



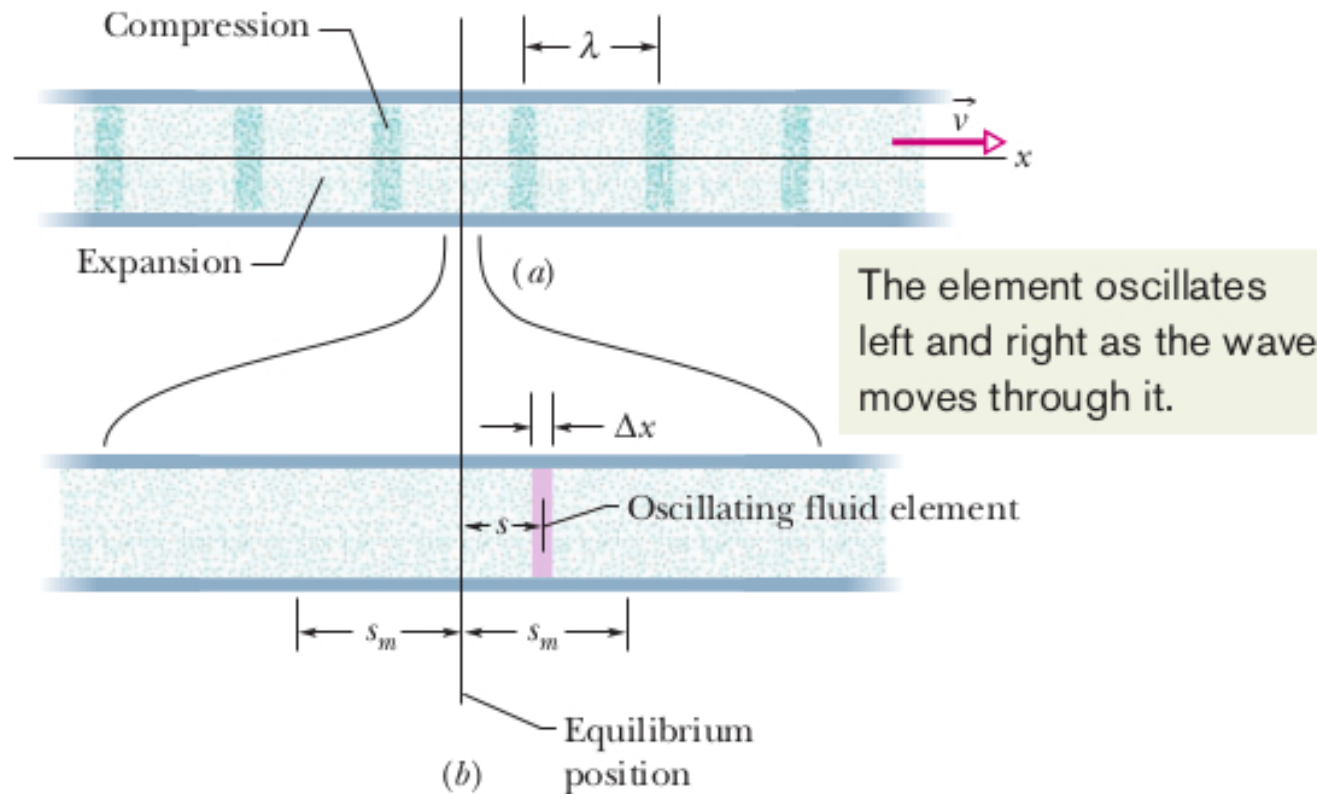
# Zvučni valovi

\* brzina zvuka  $v = \sqrt{\left(\frac{B}{\rho}\right)}$  pri čemu je modul zapremnine, B, jednak  $B = \frac{-\Delta p}{\Delta V/V}$



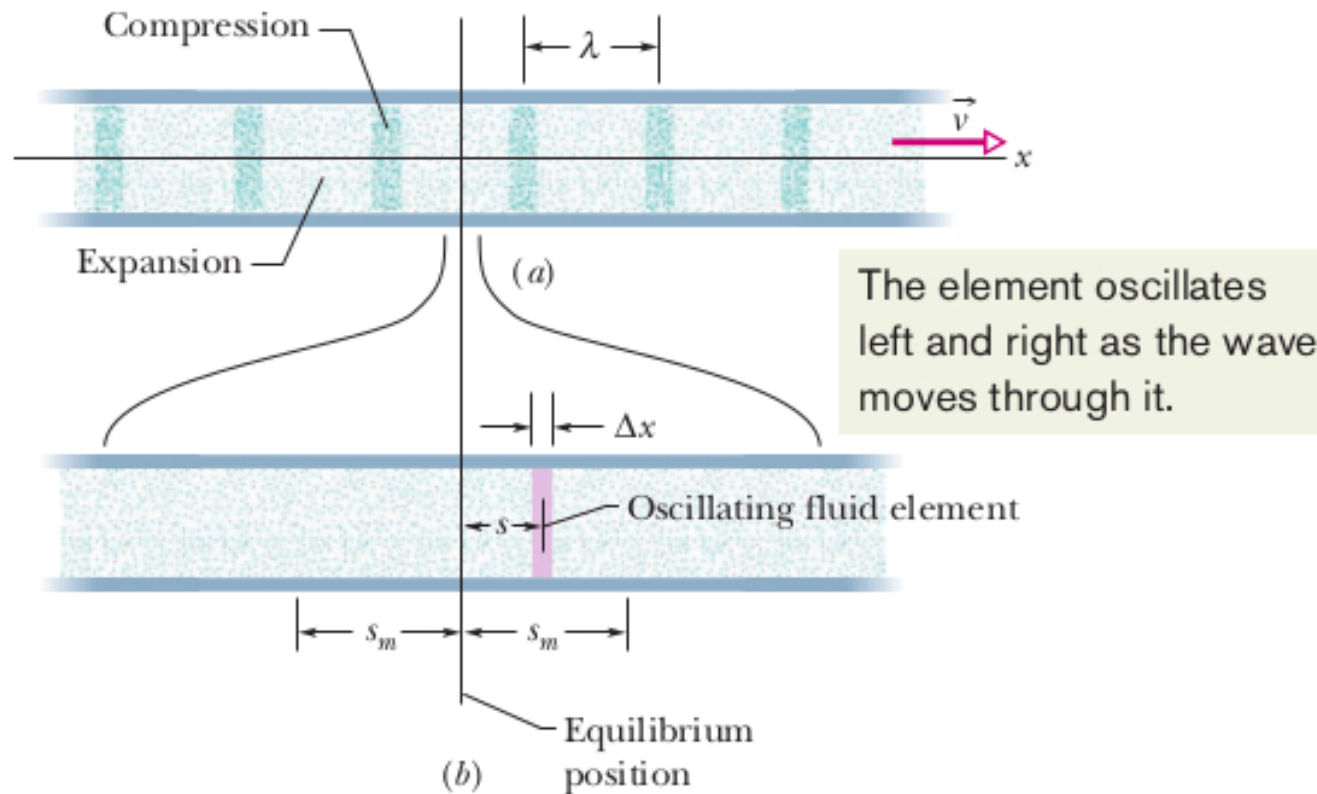
# Putujući zvučni valovi

- \* sinusoidalni zvučni val prolazi zrakom
- \* na lijevoj strani cijevi pokretni klip oscilira komprimirajući i ekspanzirajući zrak u cijevi
- \* element volumena zraka oscilira longitudinalno



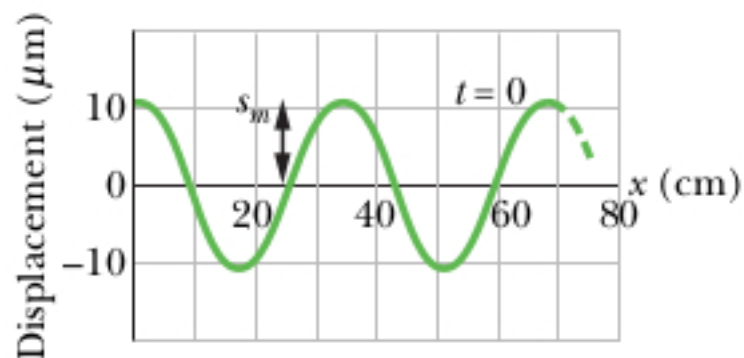
# Putujući zvučni valovi

- \* sinusoidalni zvučni val prolazi zrakom
- \* na lijevoj strani cijevi pokretni klip oscilira komprimirajući i ekspanzirajući zrak u cijevi
- \* element volumena zraka oscilira longitudinalno

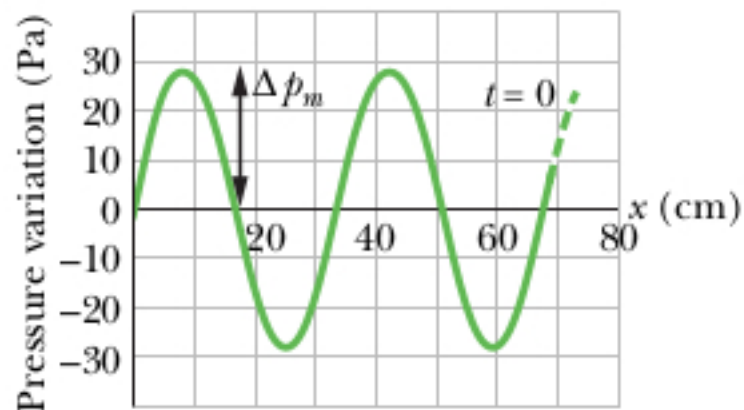


# Putujući zvučni valovi

\* funkcija pomaka (a) i funkcija varijacije tlaka (b) duž cijevi ispunjene zrakom, prikazane u trenutku  $t = 0$

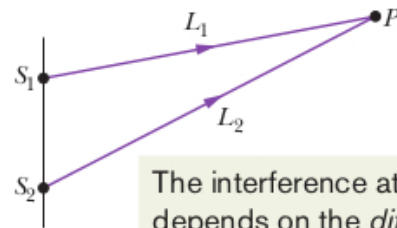


(a)



(b)

# Interferencija zvučnih valova



The interference at  $P$  depends on the *difference* in the path lengths to reach  $P$ .

(a)



If the difference is equal to, say,  $2.0\lambda$ , then the waves arrive exactly in phase. This is how transverse waves would look.

(b)



If the difference is equal to, say,  $2.5\lambda$ , then the waves arrive exactly out of phase. This is how transverse waves would look.

(c)



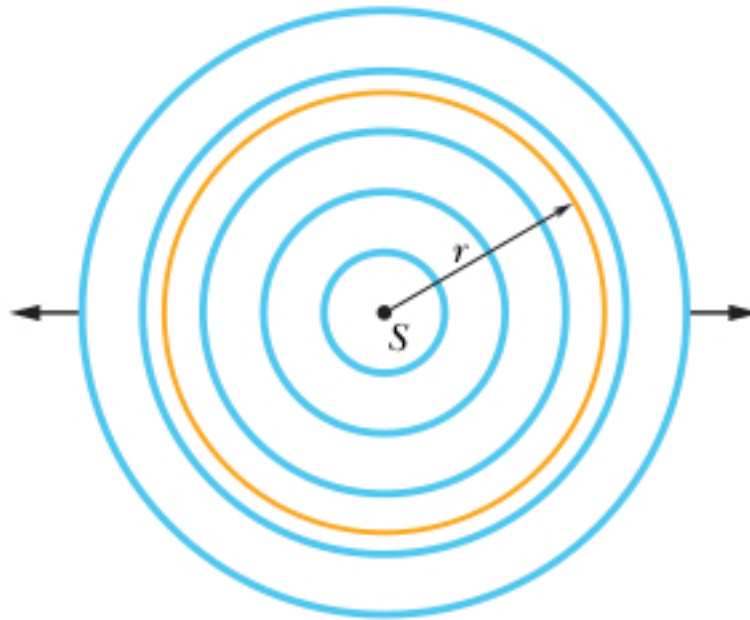
# Interferencija zvučnih valova: primjer

Dva točkasta izvora zvuka su u fazi i udaljena  $D = 1.5\lambda$  emitiraju identične zvučne valove valne duljine  $\lambda$ .

- a) Kolika je razlika duljine puta valova do točke koja leži na okomitim bisektoru razmaka  $D$ ?
- b) Kolika je razlika duljine puta valova do točke koja se nalazi na pravcu koji spaja oba izvora?
- c) Zamislimo da se središte razmaka dvaju točkastih izvora nalazi u središtu kružnice polumjera  $a$ , pri čemu je  $a \gg D$ . Koliki je broj točaka  $N$  na toj kružnici u kojima je interferencija potpuno konstruktivna?

# Intenzitet zvučnog vala

- \* točkasti izvor  $S$  emitira zvučne valove izotropno
- \* zvučni valovi prolaze kroz zamišljenu sferu polumjera  $r$  centriranu u  $S$



# Zvučni nivo [dB]

## Some Sound Levels (dB)

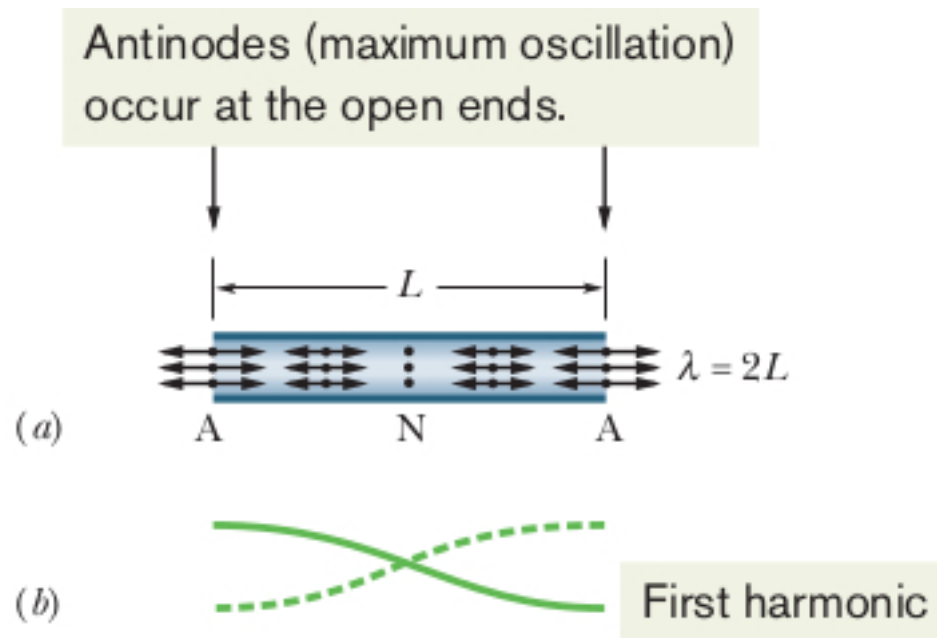
---

Hearing threshold	0
Rustle of leaves	10
Conversation	60
Rock concert	110
Pain threshold	120
Jet engine	130

# Izvori muzičkog zvuka

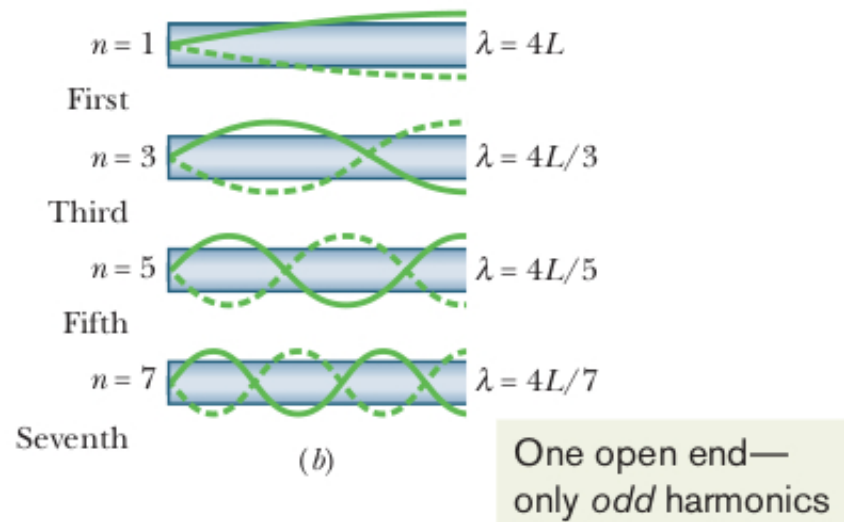
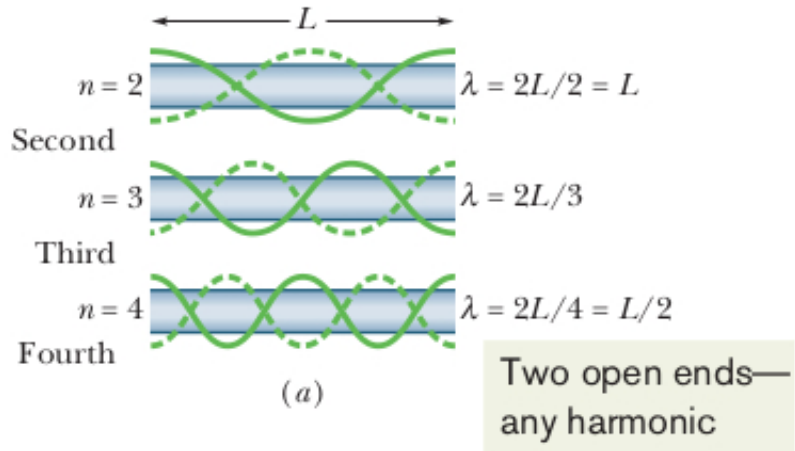
\* oscilirajuće žice, membrane, stupci zraka, drveni ili metalni štapići, ...

\* frula: prvi harmonik



# Izvori muzičkog zvuka

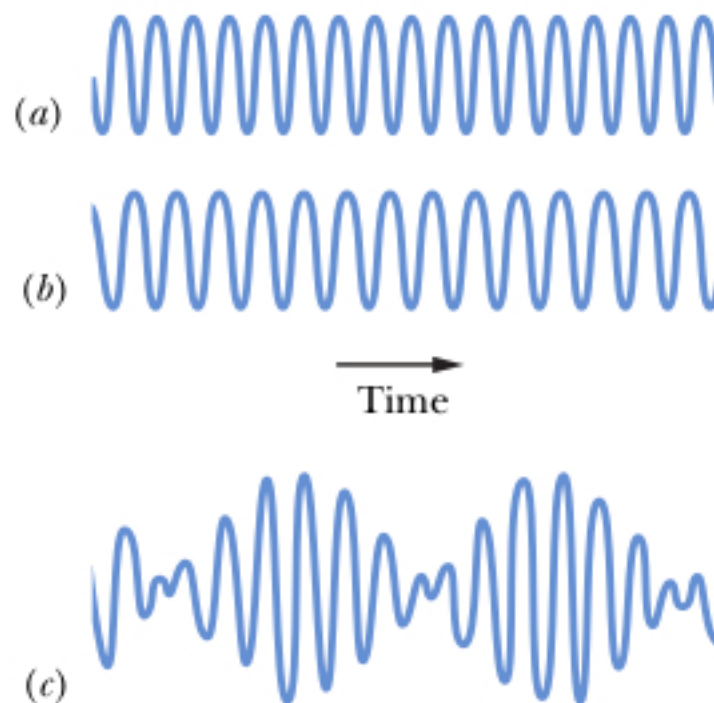
\* frula: viši harmonici





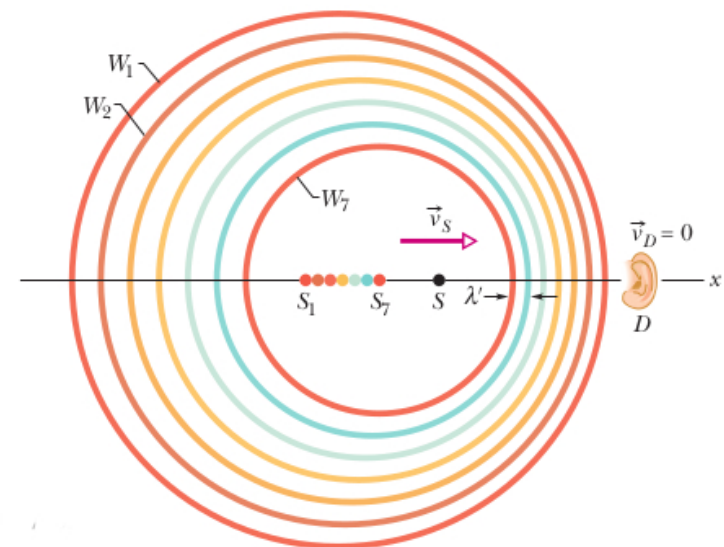
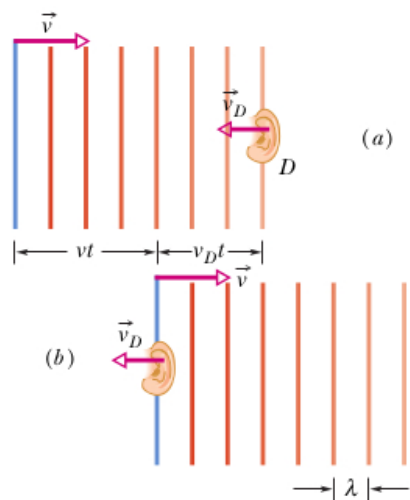
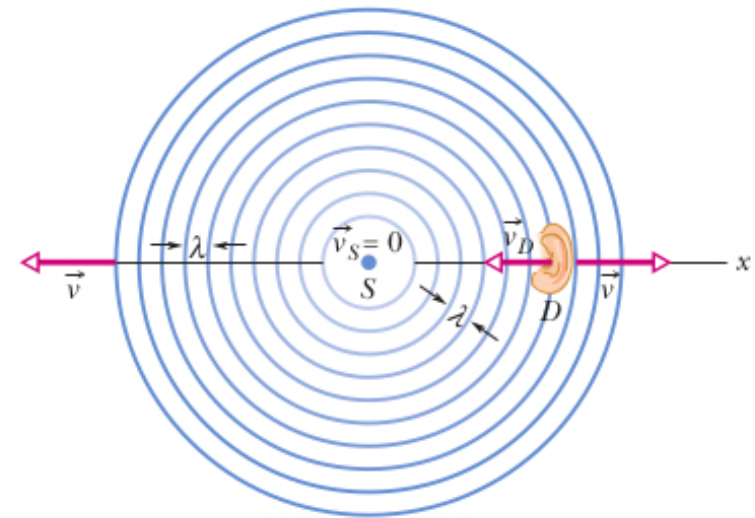
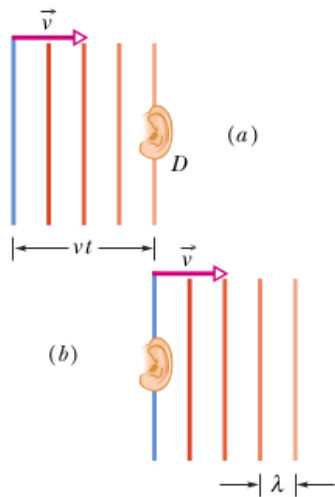
# Udari

\* dva zvučna vala bliskih frekvencija



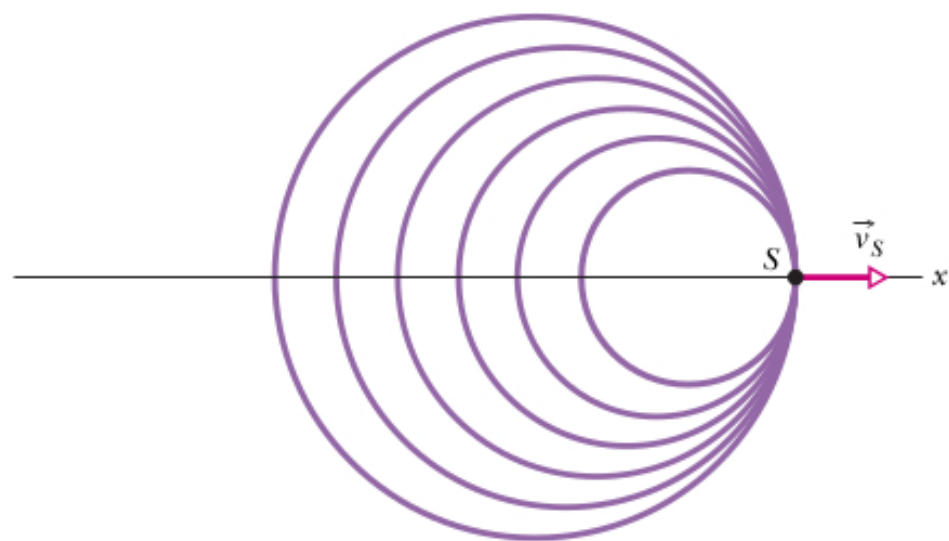
# Dopplerov efekt

\* promjena opažene frekvencije vala kad se izvor ili detektor gibaju u odnosu na transmitirajući medij

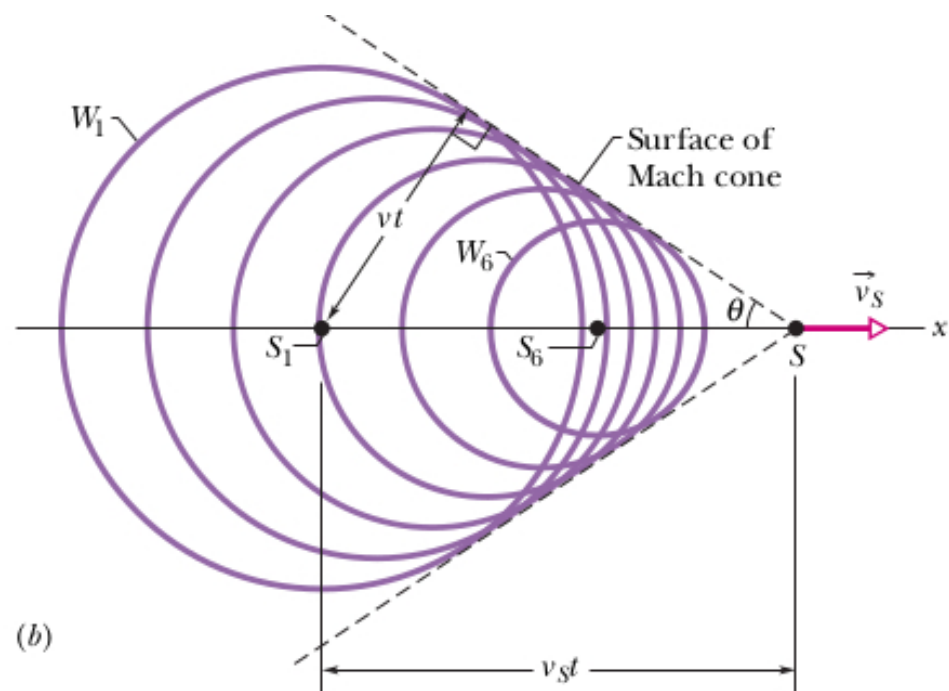




# Supersonične brzine i udarni valovi



(a)



(b)

# Sažetak učenja o elektricitetu i magnetizmu

\* elektromagnetska polja

\* Maxwellove jednačbe

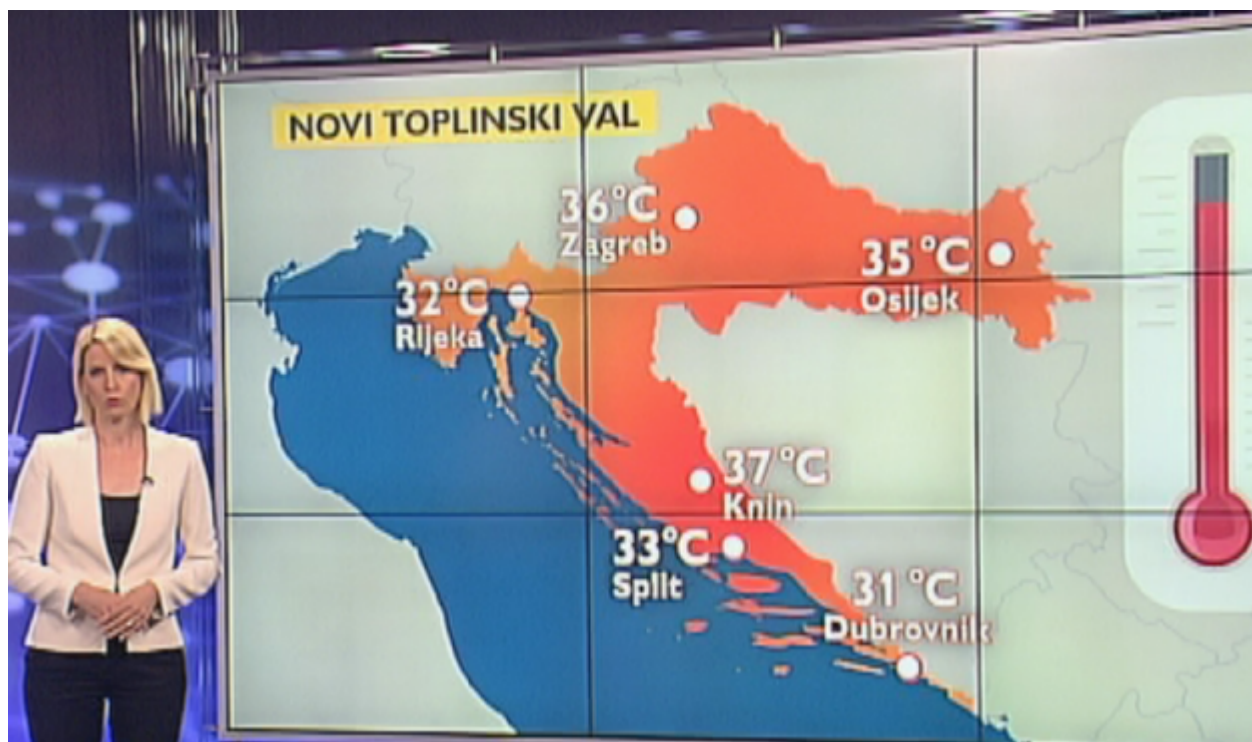
$$\begin{aligned} \oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} &= \frac{Q_{in}}{\epsilon_0} & \oint_C \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \\ \oiint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} &= 0 & \oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} &= \mu_0 I_{enc} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \end{aligned}$$

\* Lorentzova jednačba

$$\vec{\mathbf{F}} = q \left( \vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}} \right)$$

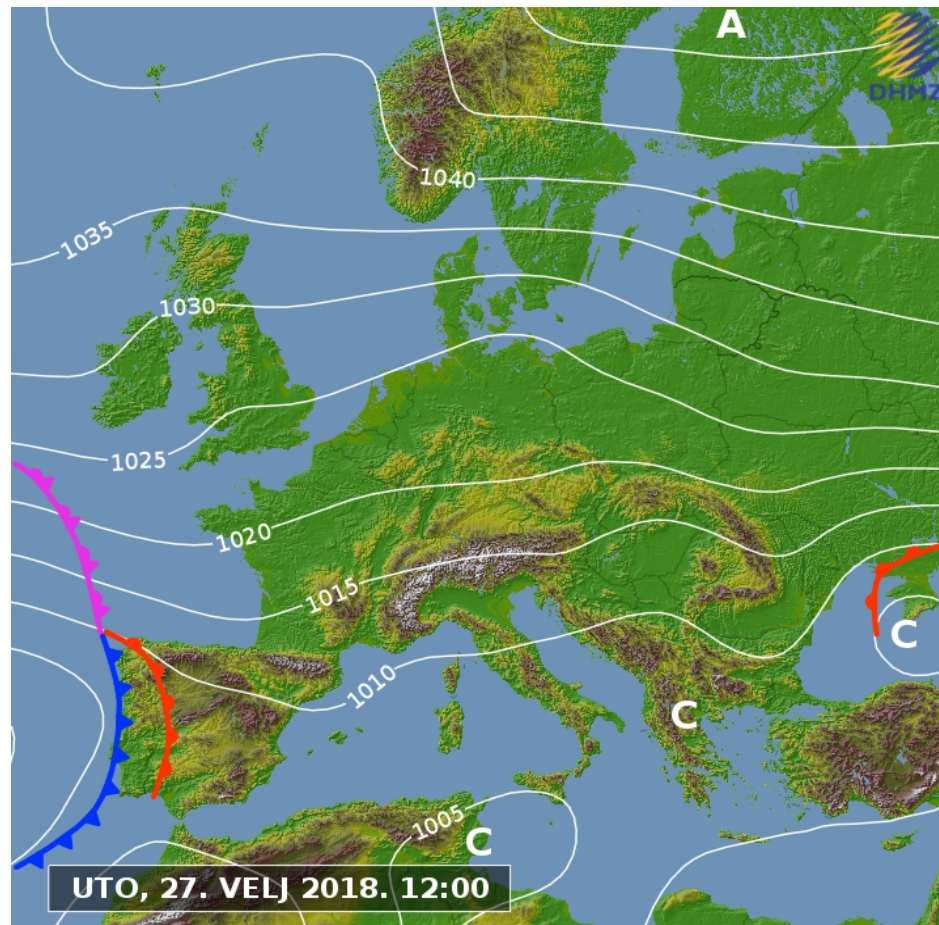
# Polje u fizici: skalarno polje

\* *primjer temperaturnog polja: svaka lokacija ima pridruženu temperaturnu vrijednost*



# Polje u fizici: konture skalarnog polja

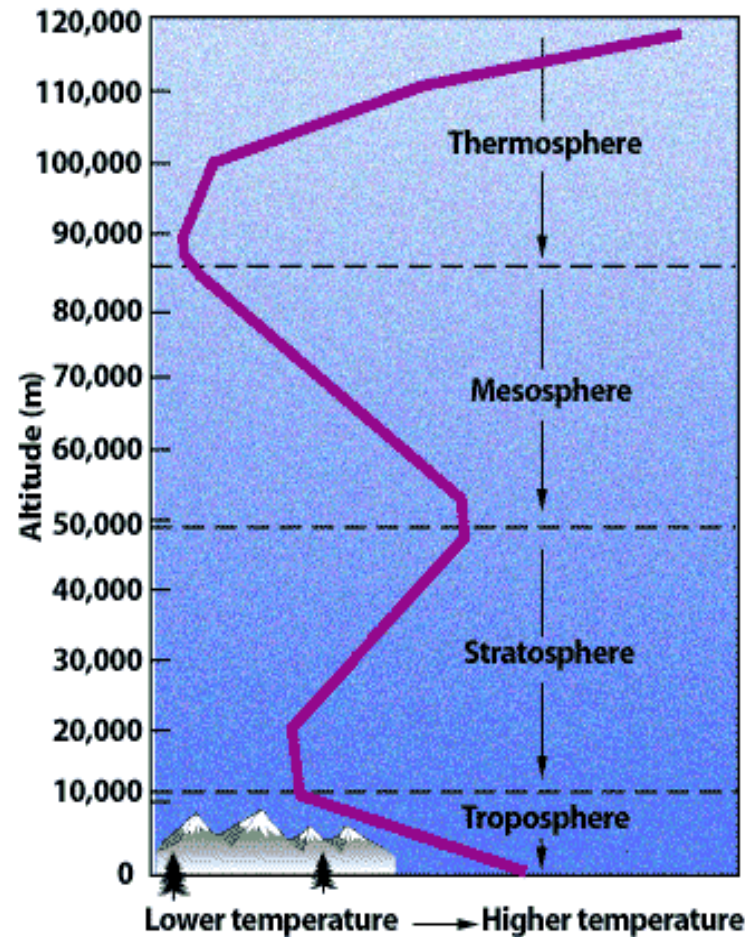
\* *konture prikazuju područja konstantnog tlaka zraka*



# Polja su trodimenzionalna

\*  $T=T(x,y,z)$

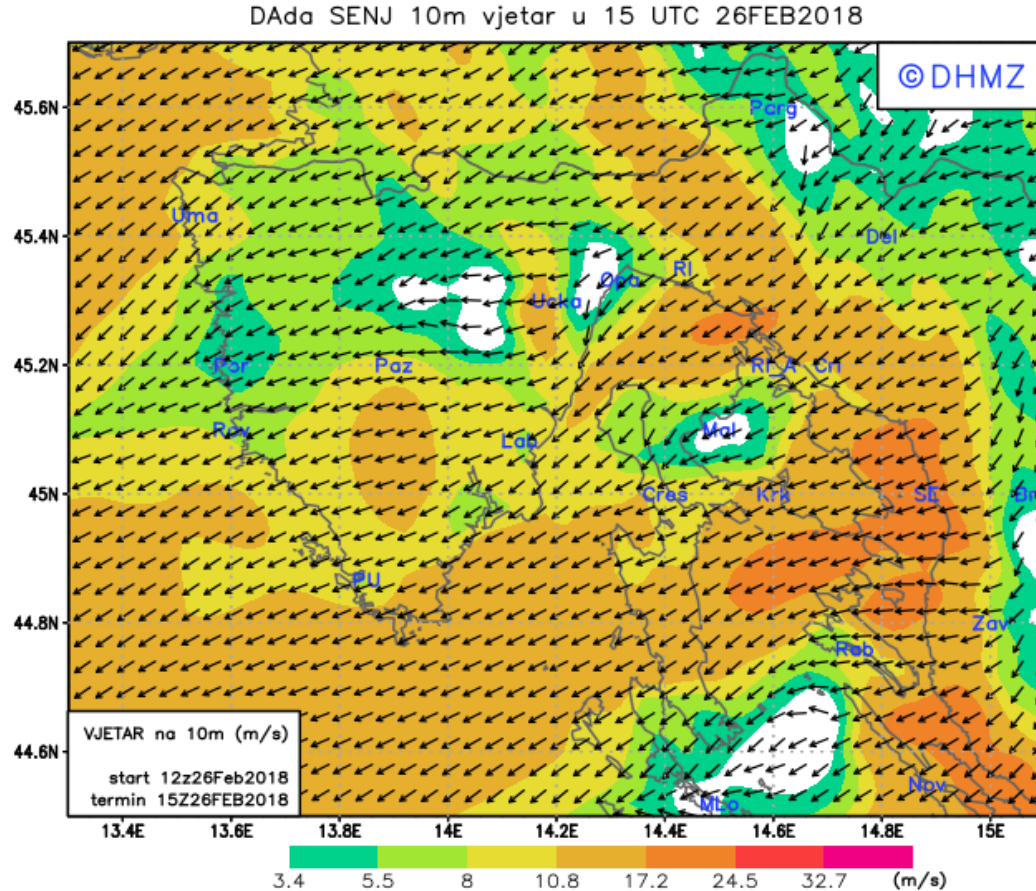
\* *teško ih je vizualizirati → radimo dvodimenzionalno*





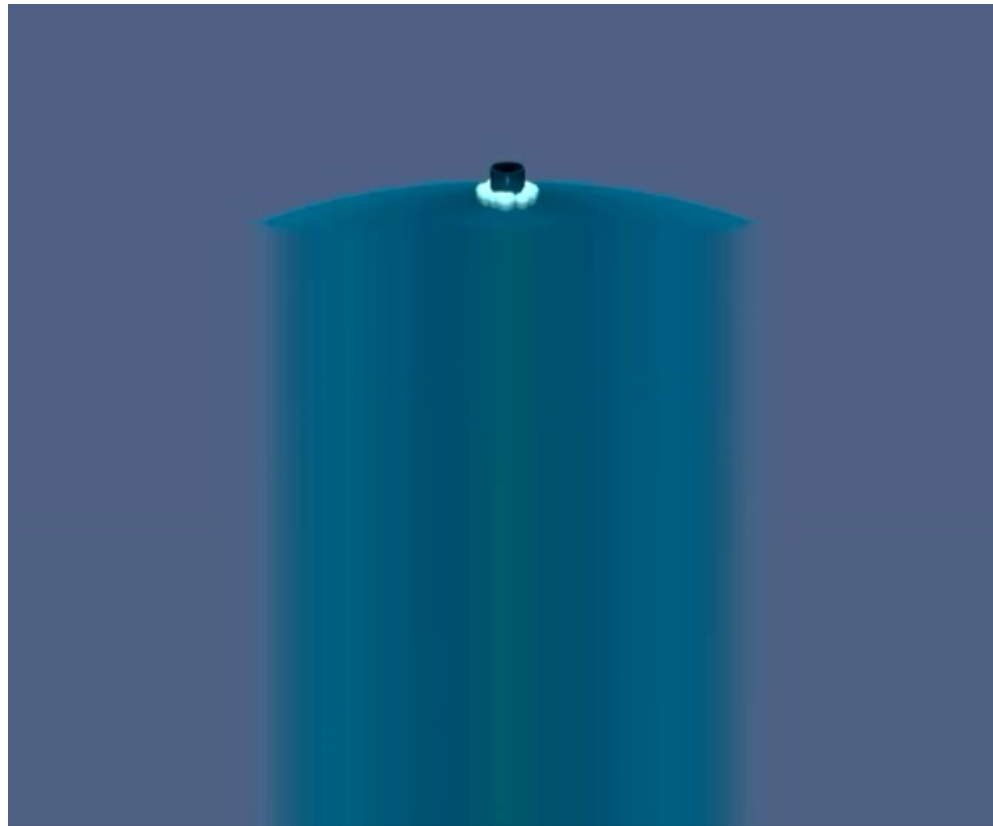
# Vektorska polja

- \* vektor ima iznos i smjer u svakoj točki prostora
- \* primjer: vektorsko polje brzine vjetra



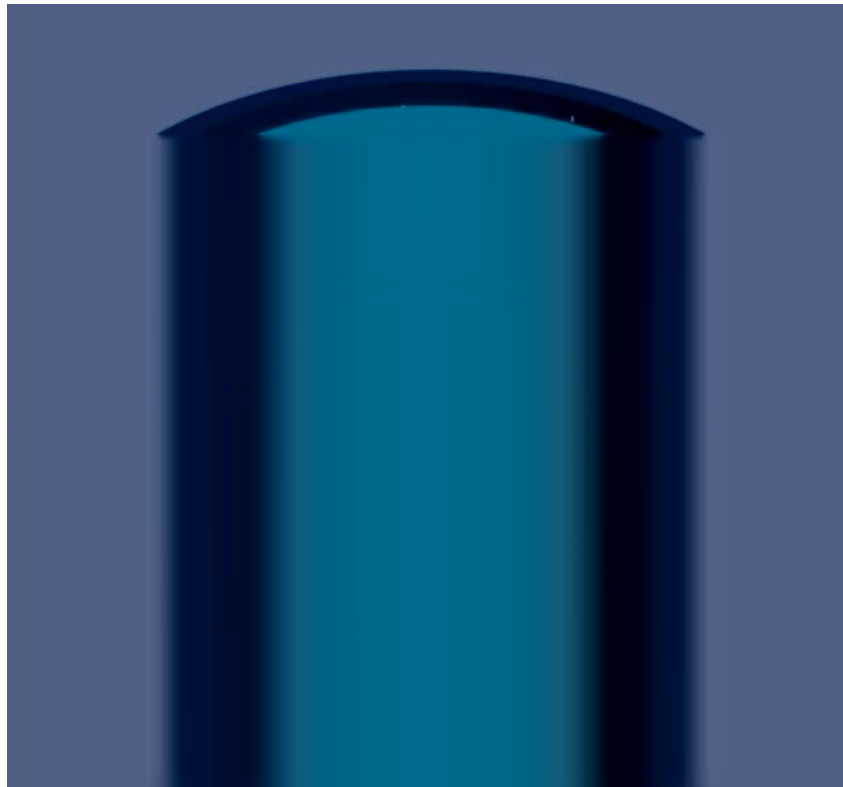
# Vektorska polja: tok s izvorom

- \* s vrha konusa izlaze čestice i nastavljaju se gibati niz konus pod utjecajem sile gravitacije
- \* ako bismo brzine (vektorske veličine!) čestica promatrali odozgora, vidjeli bismo da su sve usmjerene od središta konusa



# Vektorska polja: tok s ponorom

- \* čestice se s ruba konusa gibaju prema dolje pod utjecajem sile gravitacije i nestaju kroz rupu na dnu konusa
- \* kad bismo brzine (vektorske veličine!) čestica promatrali odozgora, vidjeli bismo da su sve usmjerene prema centru konusa





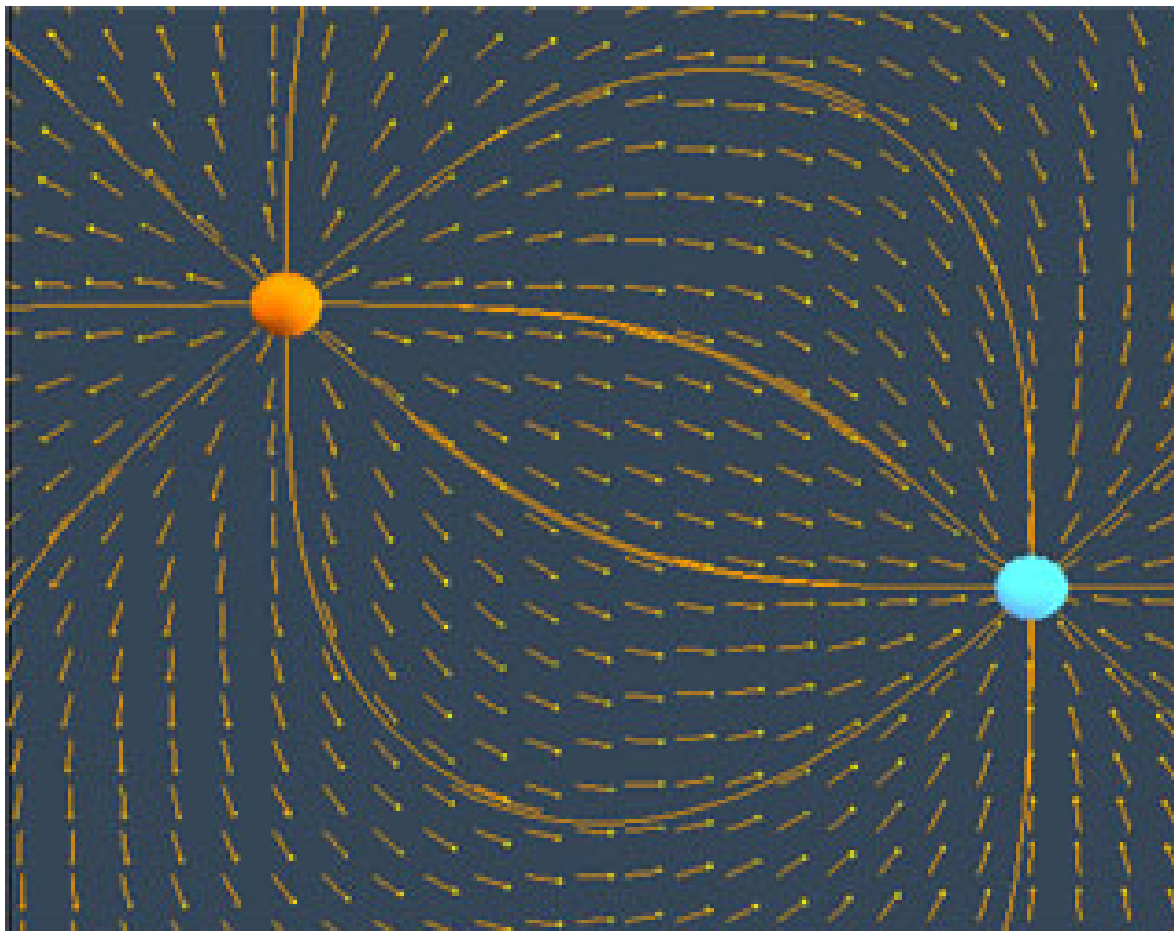
# Vektorska polja: cirkularni tok

- \* čestice nemaju ni izvor ni ponor
- \* na početku su čestice generirane tako da kruže različitim radijusima oko središta konusa, pri čemu niti nastaju niti nestaju
- \* ako bismo promatrali brzine (vektorske veličine!) čestica odozgora, vidjeli bismo da su usmjerene u smjeru suprotnom od smjera kazaljke na satu oko središta konusa



# Vizualizacija vektorskog polja

- \* izgled polja nastalog između dvaju naboja suprotnog predznaka
- \* streličice označavaju vektorsko polje (može ih se prikazati više ili manje)
- \* linije (krivulje) označavaju linije polja (silnice)

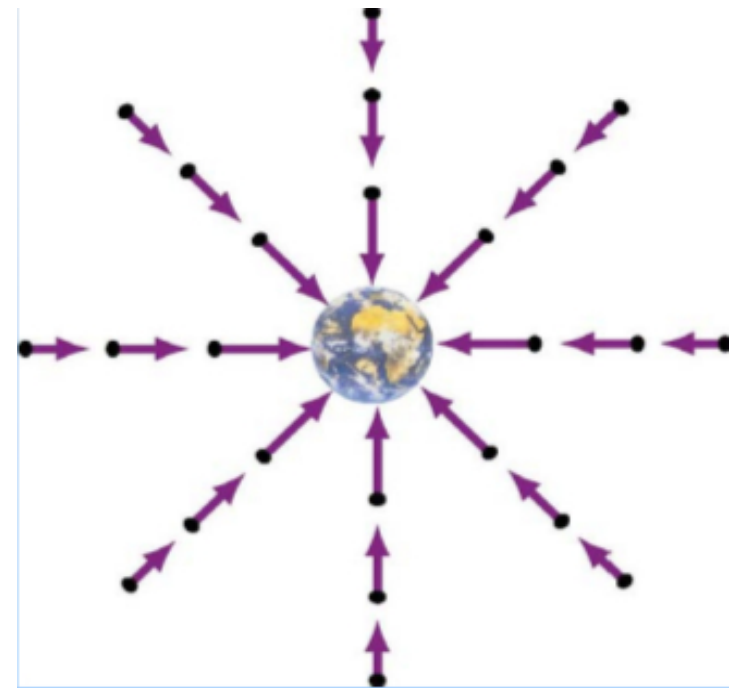


# Vektorsko polje Zemljine gravitacije

\* gravitacijska sila  $\vec{\mathbf{F}}_g = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$

\* gravitacijsko polje

$$\vec{\mathbf{g}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}_g}{m} = -\frac{GMm/r^2}{m} \hat{\mathbf{r}} = -G \frac{M}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$



# Vektorsko polje Zemljine gravitacije

\* akceleracija gravitacije, stvorena od M

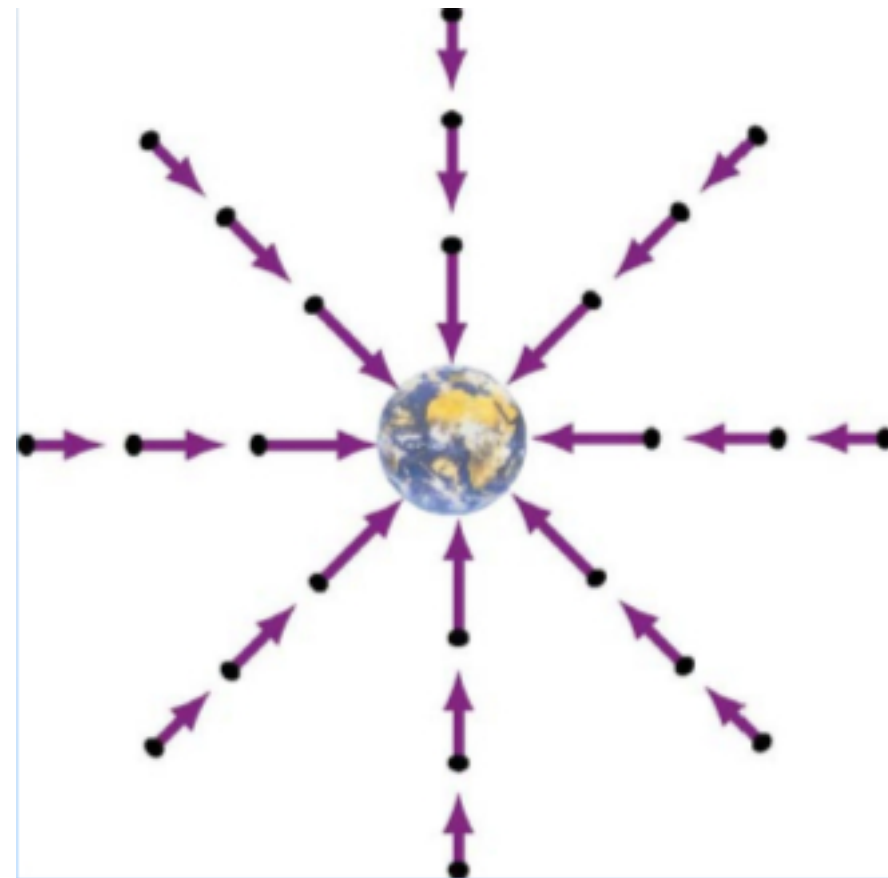
$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

\* sila gravitacije koja djeluje na m

$$\vec{F}_g = m\vec{g}$$

\* jedinični vektor od M do m  $\hat{\mathbf{r}}$

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{\vec{\mathbf{r}}}{r} \Rightarrow \vec{g} = -G \frac{M}{r^3} \vec{\mathbf{r}}$$



Od gravitacijskog do električnih polja...

# Električni naboj (~ masa)

- \* dvije vrste električnog naboja: pozitivni i negativni
- \* jedinica naboja je *coulomb* [C]
- \* naboj elektrona (negativan) ili protona (pozitivan) jest:

$$\pm e, \quad e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

- \* naboj je kvantiziran  $Q = \pm Ne$

- \* naboj je sačuvan

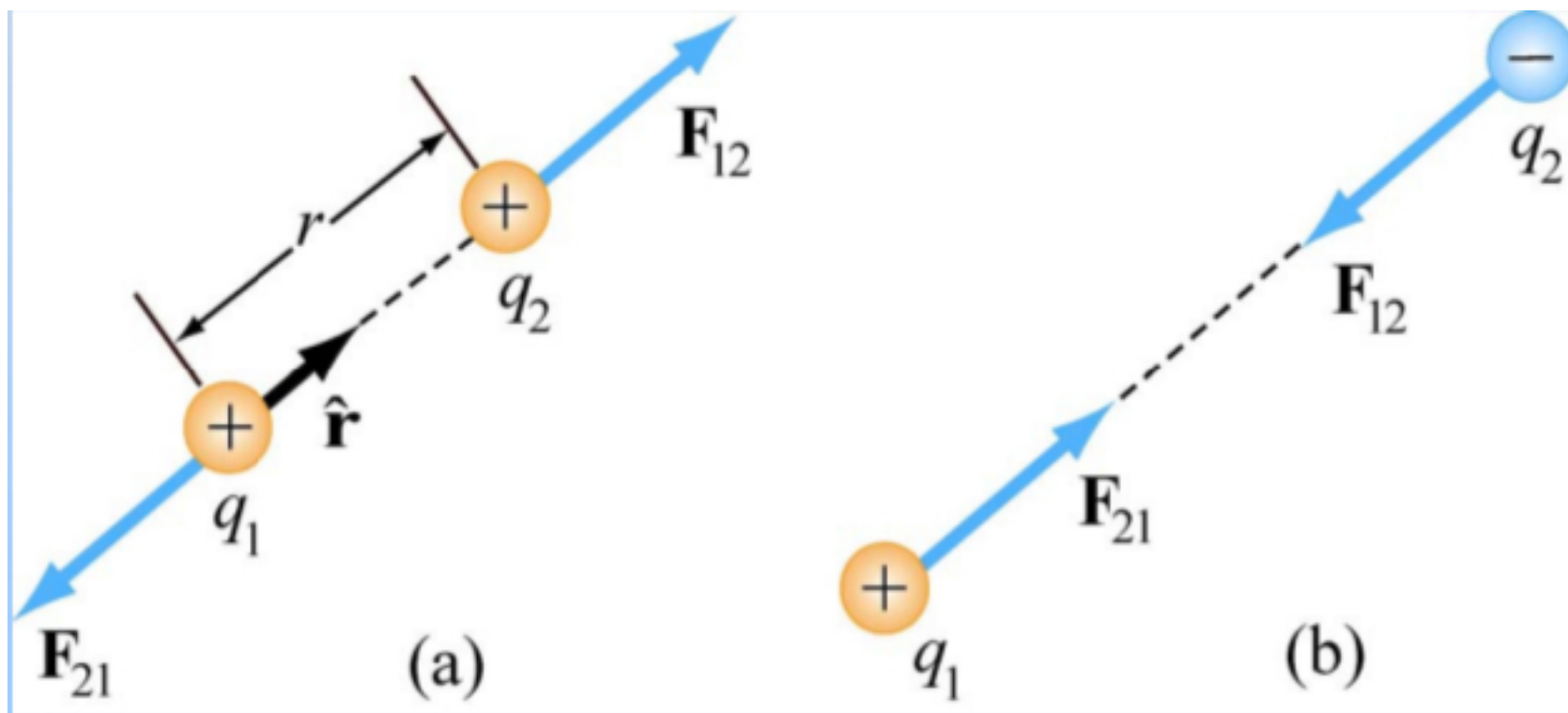


# Električna sila ( $\sim$ gravitacija )

\* električna sila između naboja  $q_1$  i  $q_2$  jest:

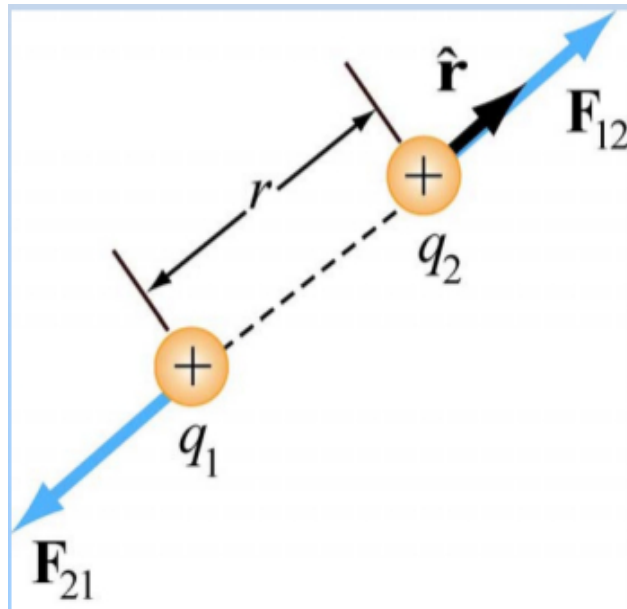
(a) odbojna ako imaju isti naboj

(b) privlačna ako naboji imaju suprotni predznak



# Coulombov zakon

\* Coulombov zakon: sila naboja  $q_1$  na naboj  $q_2$  jest:  $\vec{\mathbf{F}}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$



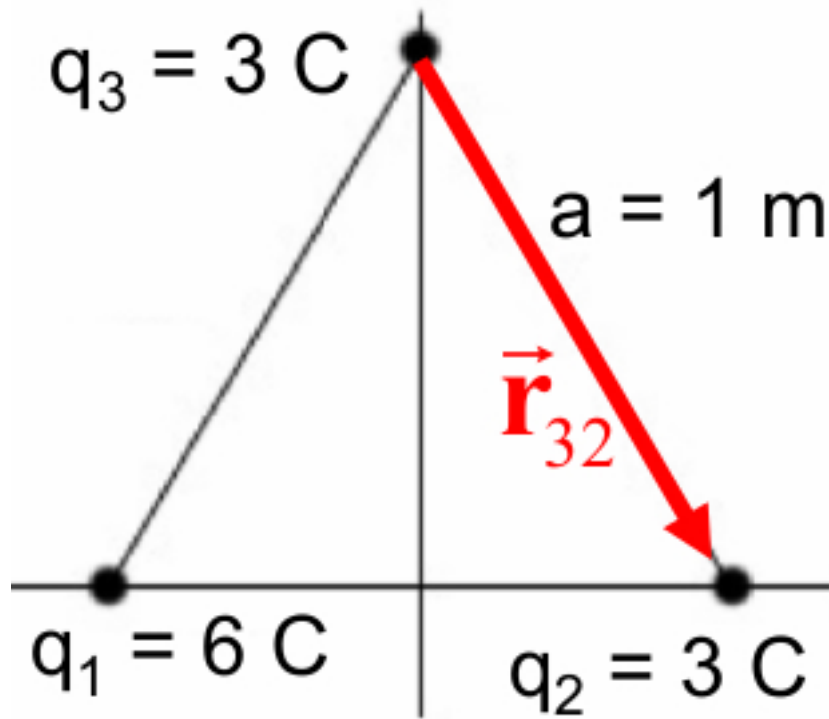
$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.9875 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

\* jedinični vektor od  $q_1$  do  $q_2$   $\hat{\mathbf{r}}$

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{\vec{\mathbf{r}}}{r} \Rightarrow \vec{\mathbf{F}}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{\mathbf{r}}$$

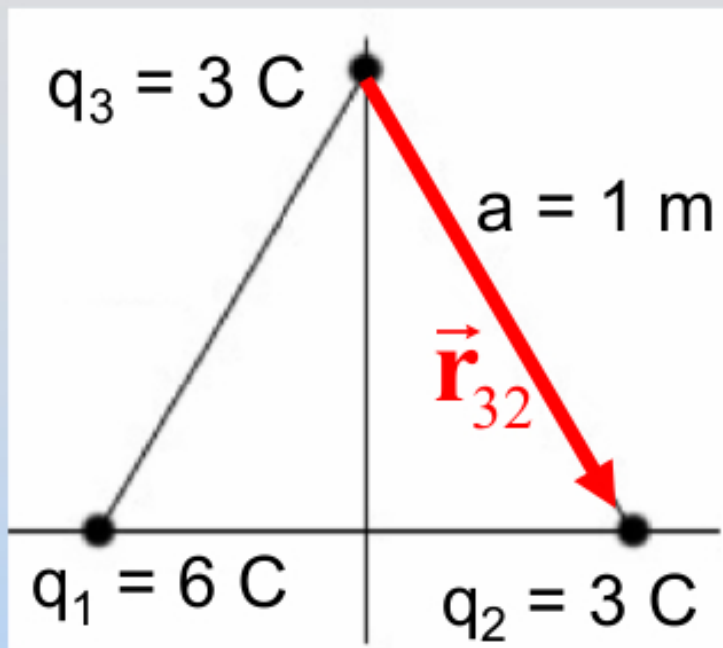


# Coulombov zakon: primjer



$$\vec{\mathbf{F}}_{32} = ?$$

# Coulombov zakon: primjer



$$\vec{\mathbf{F}}_{32} = ?$$

$$\vec{\mathbf{r}}_{32} = \left( \frac{1}{2} \hat{\mathbf{i}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{\mathbf{j}} \right) \text{ m}$$

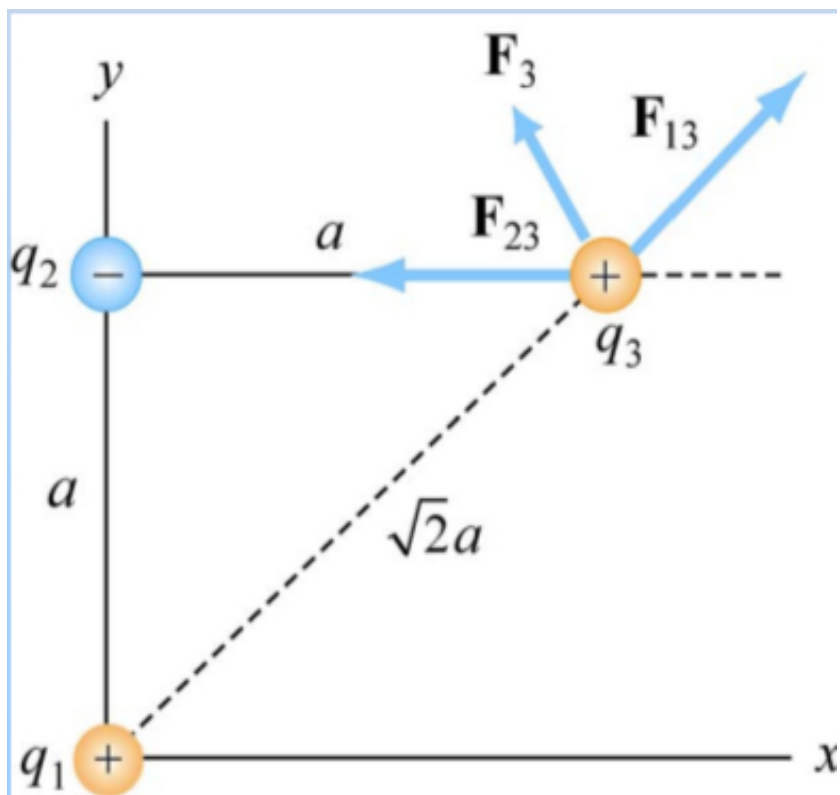
$$r = 1 \text{ m}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_{32} = k_e q_3 q_2 \frac{\vec{\mathbf{r}}}{r^3} = (9 \times 10^9 \text{ N m}^2 / \text{C}^2) (3 \text{ C}) (3 \text{ C}) \frac{\frac{1}{2} (\hat{\mathbf{i}} - \sqrt{3} \hat{\mathbf{j}}) \text{ m}}{(1 \text{ m})^3}$$

$$= \frac{81 \times 10^9}{2} (\hat{\mathbf{i}} - \sqrt{3} \hat{\mathbf{j}}) \text{ N}$$

# Princip superpozicije

\* u prisustvu mnogih naboja: ukupna sila na bilo koji naboj je vektorska suma sila od pojedinačnih naboja



$$\vec{\mathbf{F}}_3 = \vec{\mathbf{F}}_{13} + \vec{\mathbf{F}}_{23}$$

općenito:

$$\vec{\mathbf{F}}_j = \sum_{i=1}^N \vec{\mathbf{F}}_{ij}$$

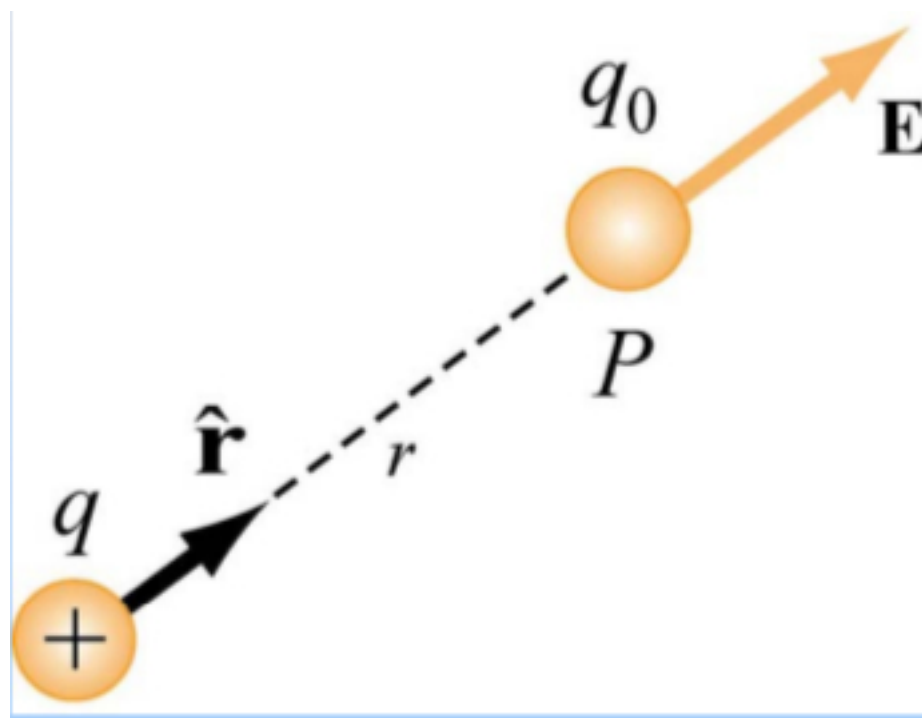
# Električno polje ( $\sim g$ )

\* električno polje u zadanoj točki jednako je sili koja u toj točki djeluje na test naboje  $q_0$  podjeljenoj sa nabojem  $q_0$

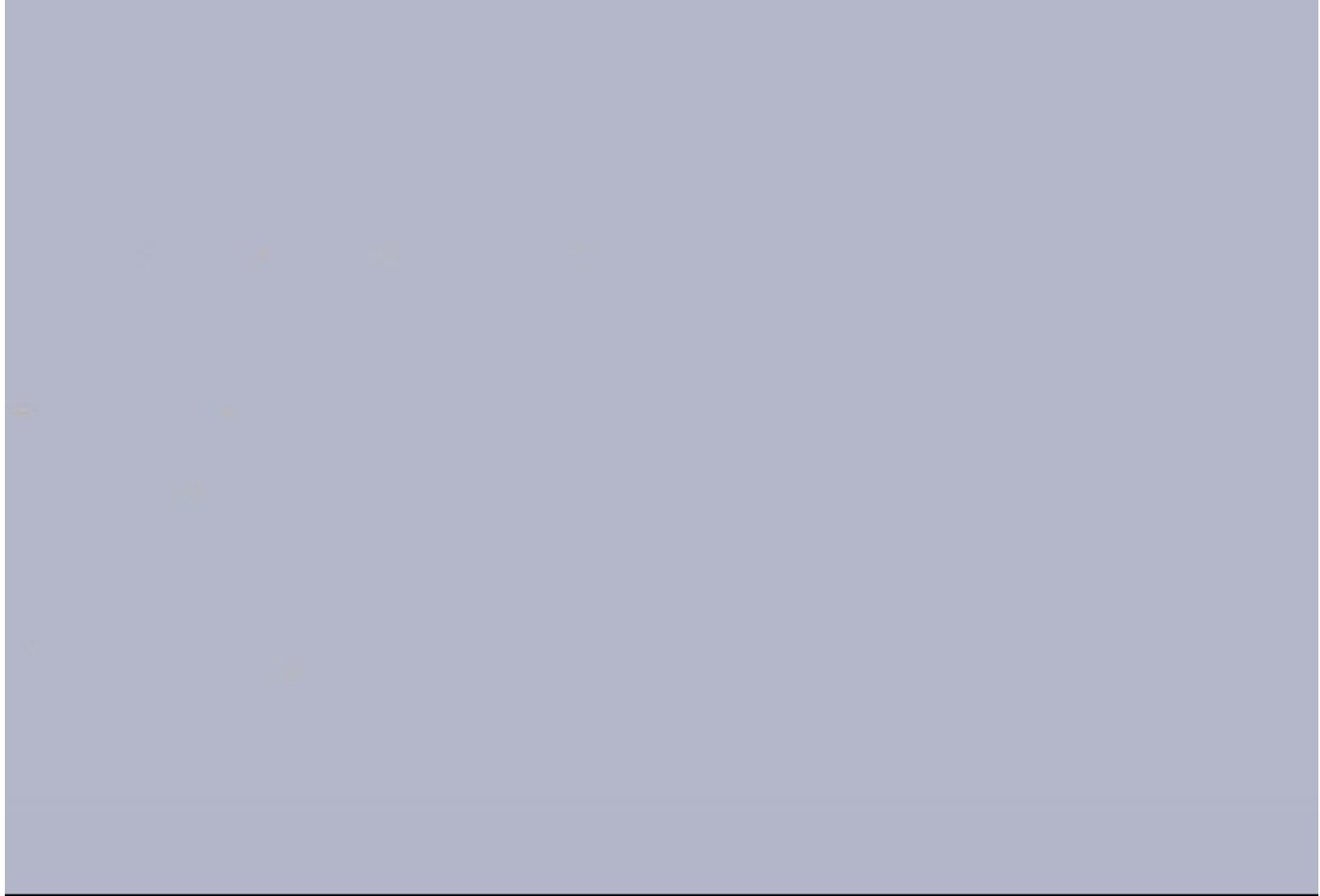
$$\vec{\mathbf{E}} \equiv \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q_0}$$

\* za točkasti naboje  $q$

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$



Električno polje pozitivnog naboja u gibanju,  $v \ll c$



# Princip superpozicije

\* električno polje od N točkastih naboja jest vektorska suma pojedinačnih vektorskih polja od svakog naboja

$$\vec{\mathbf{E}}_{total} = \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 + \dots = \sum_{i=1}^N \vec{\mathbf{E}}_i$$

# Mali pregled

masa  $M$

naboj  $q$  (+-)

stvvara

$$\vec{\mathbf{g}} = -G \frac{M}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

djeluje na

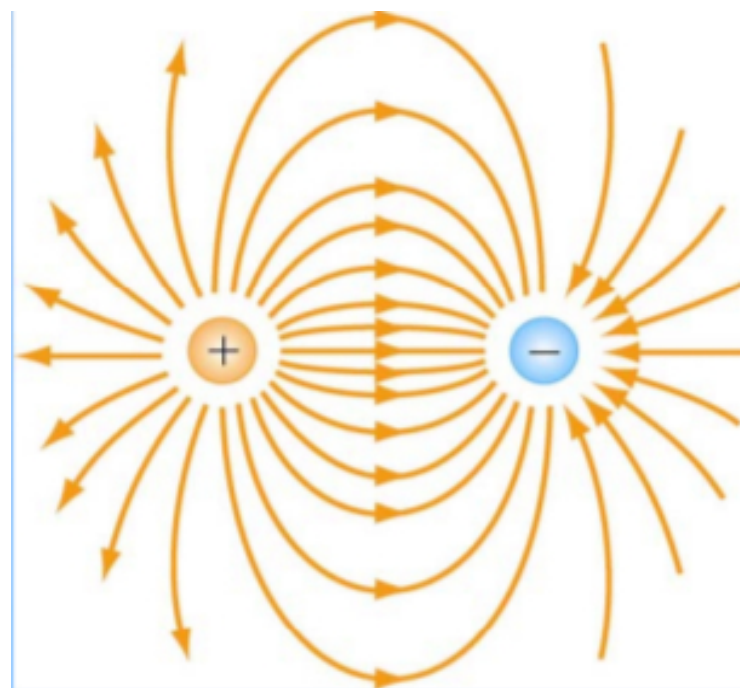
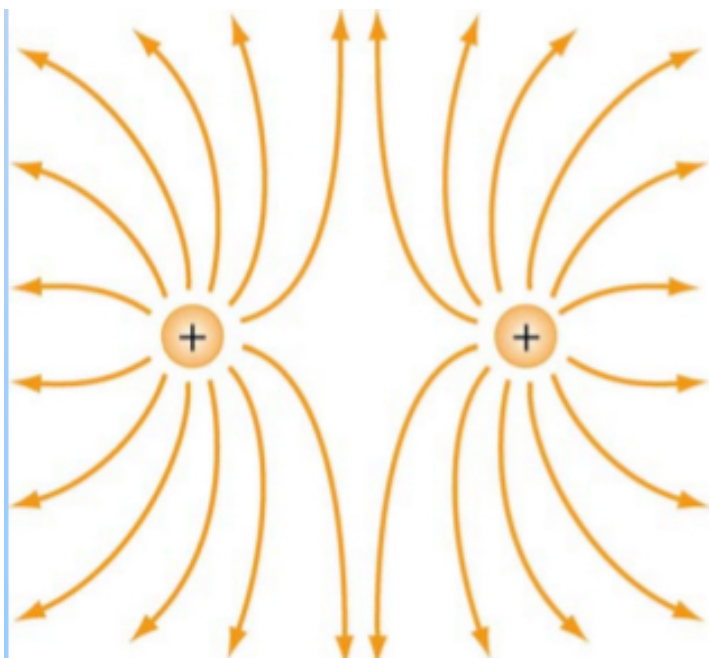
$$\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_E = q\vec{\mathbf{E}}$$

ovako se najlakše zamišlja polje

# Linije električnog polja

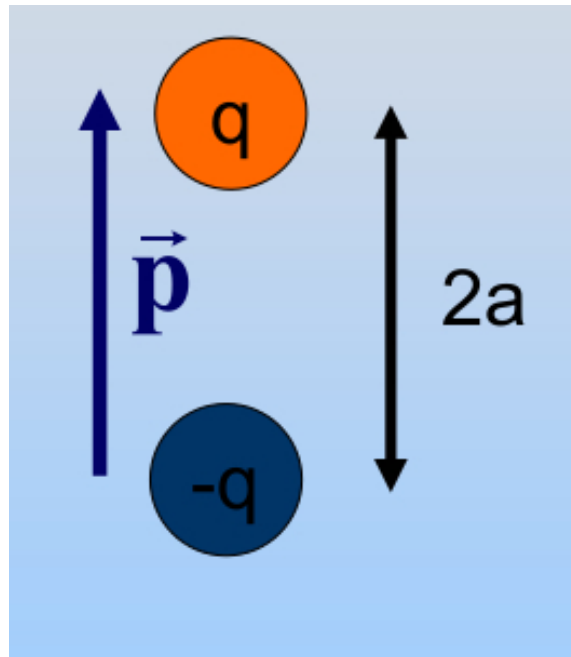
1. smjer linije električnog polja u bilo kojoj točki je tangencijalan na polje u toj točki
2. linije električnog polja pokazuju od pozitivnih naboja i završavaju u negativnim nabojima
3. linije električnog polja nikad se ne križaju





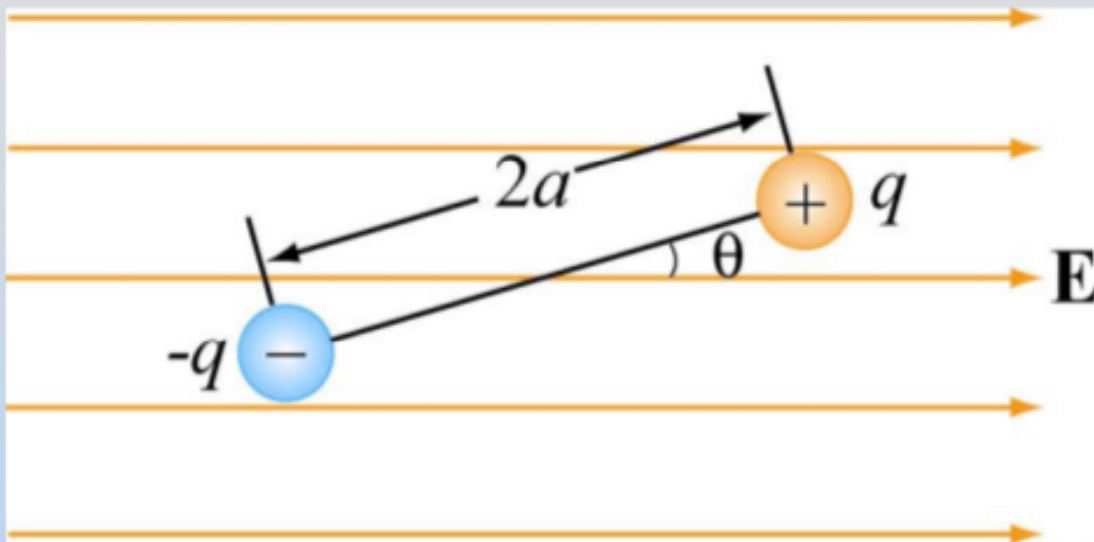
# Električni dipol

- \* dva po iznosu ista a po predznaku suprotna naboja  $+q$  i  $-q$ , udaljena  $2a$
- \* dipolni moment  $\mathbf{p}$  je umnožak naboja i razmaka među nabojujima,  $\mathbf{p}=2qaj$



$\vec{p}$  usmjeren od negativnog prema pozitivnom naboju

# Električni dipol u uniformnom električnom polju



$$\vec{\mathbf{E}} = E\hat{\mathbf{i}}$$

$$\vec{\mathbf{p}} = 2qa(\cos\theta\hat{\mathbf{i}} + \sin\theta\hat{\mathbf{j}})$$

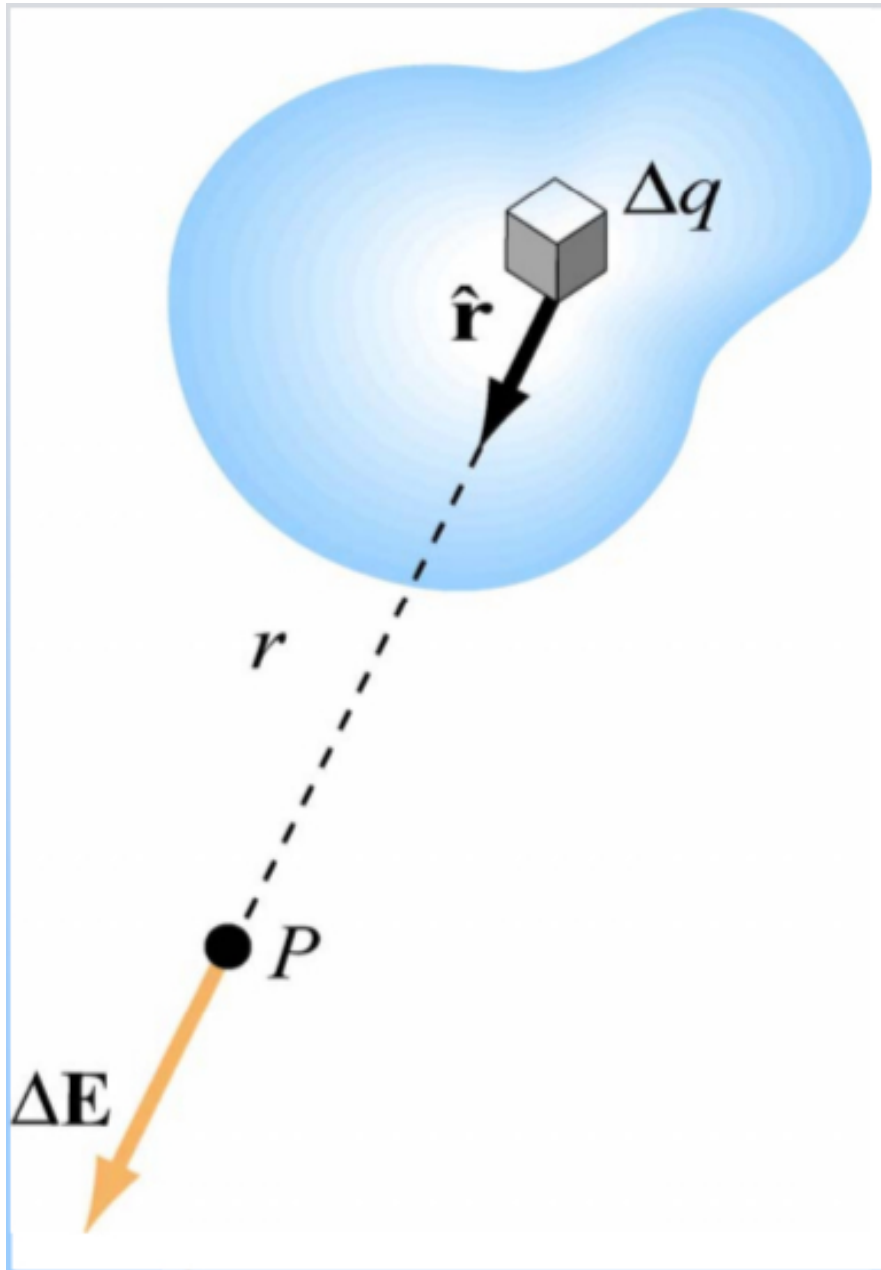
Totalna sila koja djeluje na dipol  $\vec{\mathbf{F}}_{net} = \vec{\mathbf{F}}_+ + \vec{\mathbf{F}}_- = q\vec{\mathbf{E}} + (-q)\vec{\mathbf{E}} = 0$

Zakret na dipol  $\vec{\boldsymbol{\tau}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{p}} \times \vec{\mathbf{E}}$

$$\tau = rF_+ \sin(\theta) = (2a)(qE)\sin(\theta) = pE \sin(\theta)$$

Električni dipol se nastoji poravnati duž električnog polja!

# Kontinuirana distribucija naboja



\* distribuciju rastaviti na manje dijelove

$$Q = \sum_i \Delta q_i \rightarrow \int_V dq$$

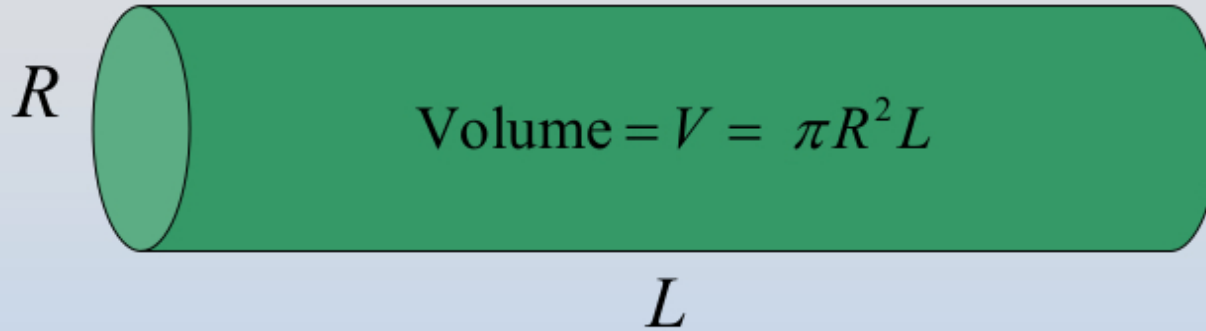
\*  $\mathbf{E}$  polje u točki P zbog  $\Delta q$

$$\Delta \vec{\mathbf{E}} = k_e \frac{\Delta q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \rightarrow d\vec{\mathbf{E}} = k_e \frac{dq}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

\* superpozicija

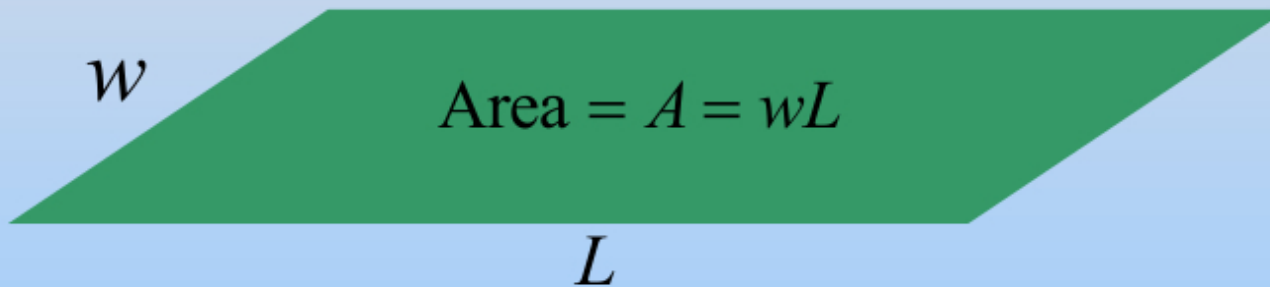
$$\vec{\mathbf{E}} = \sum \Delta \vec{\mathbf{E}} \rightarrow \int d\vec{\mathbf{E}}$$

# Kontinuirani izvori: gustoća naboja



$$dQ = \rho dV$$

$$\rho = \frac{Q}{V}$$



$$dQ = \sigma dA$$

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

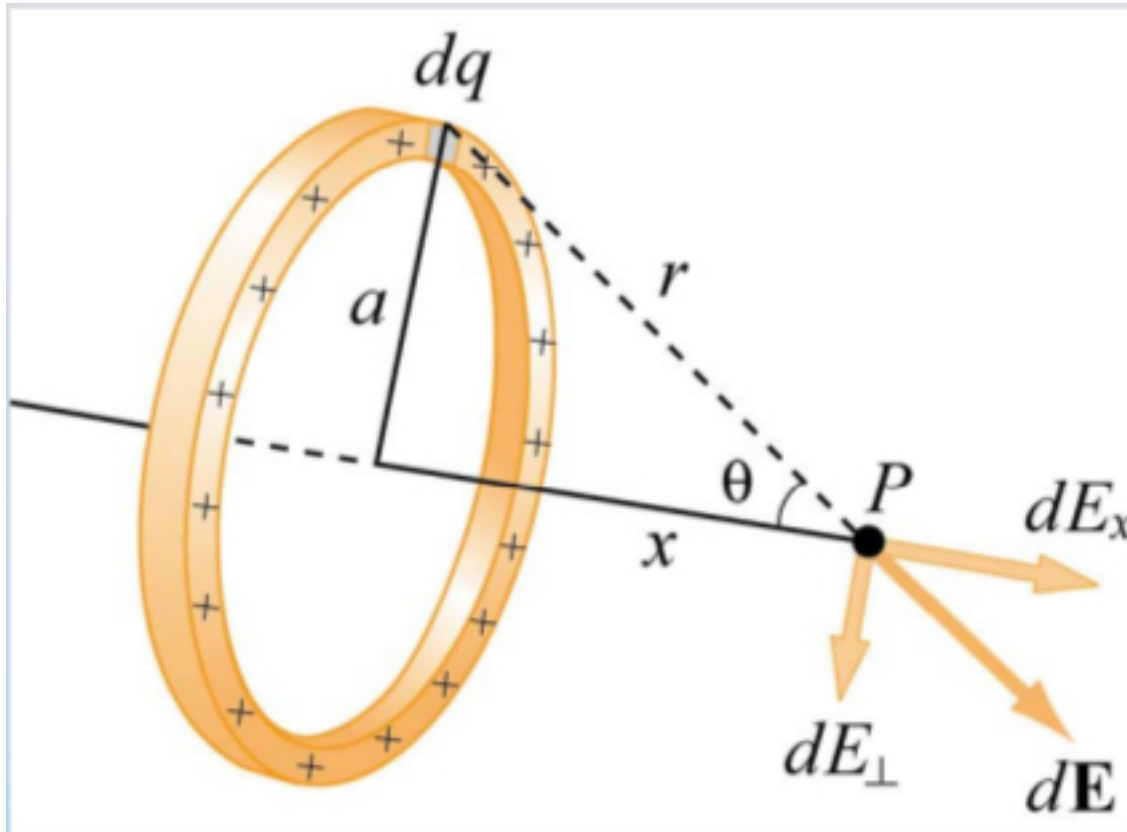
Length =  $L$



$$dQ = \lambda dL$$

$$\lambda = \frac{Q}{L}$$

# Prsten naboja



\* simetrija

$$E_{\perp} = 0$$

\* definirati varijable

$$dq = \lambda dl = \lambda (a d\varphi)$$

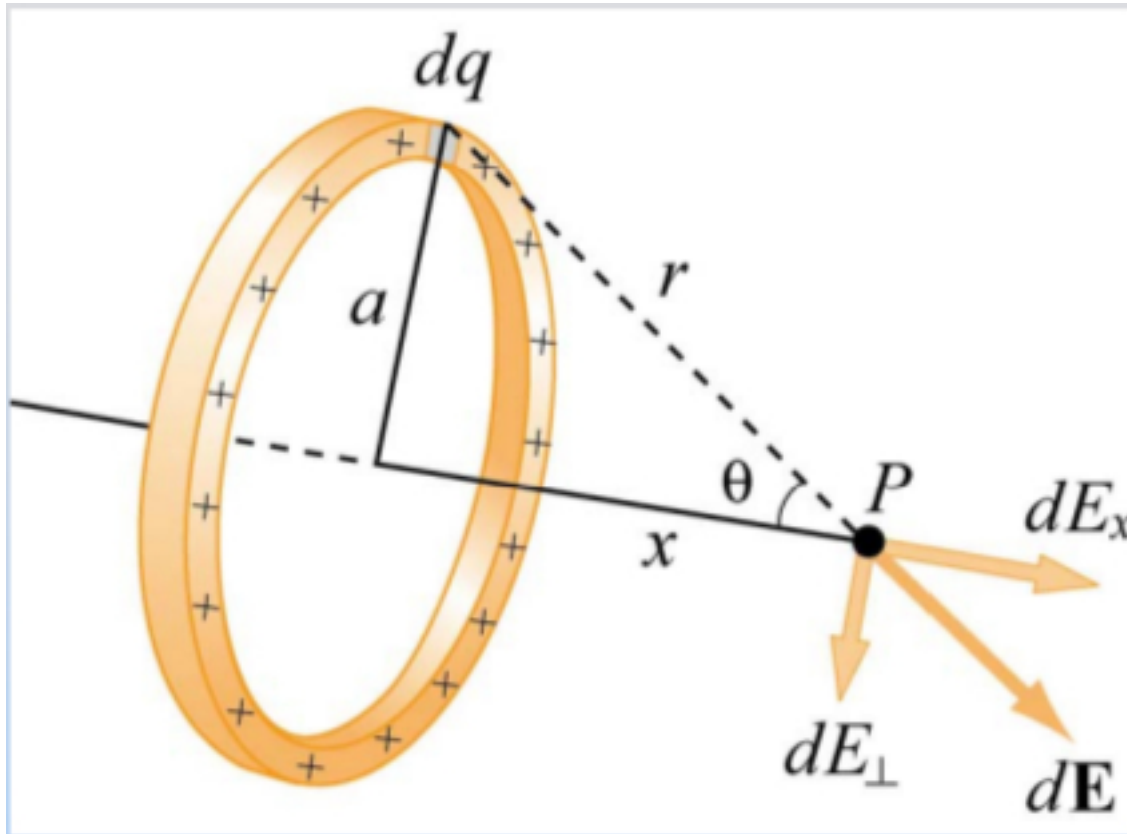
$$r = \sqrt{a^2 + x^2}$$

\* napisati jednadžbu

$$d\vec{\mathbf{E}} = k_e dq \frac{\hat{r}}{r^2} = k_e dq \frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$dE_x = k_e dq \frac{x}{r^3}$$

# Prsten naboja



\* preurediti

$$E_x = k_e Q \frac{x}{r^3}$$

$$E_x = k_e Q \frac{x}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e Q \frac{x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{i}}$$

\* limit  $a \rightarrow 0$

$$E_x \rightarrow k_e Q \frac{x}{(x^2)^{3/2}} = \frac{k_e Q}{x^2}$$