Gravitacija - elektrostatika

masa *M* naboj q (+-)

$$\vec{\mathbf{g}} = -G\frac{M}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad \vec{\mathbf{E}} = k_e\frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

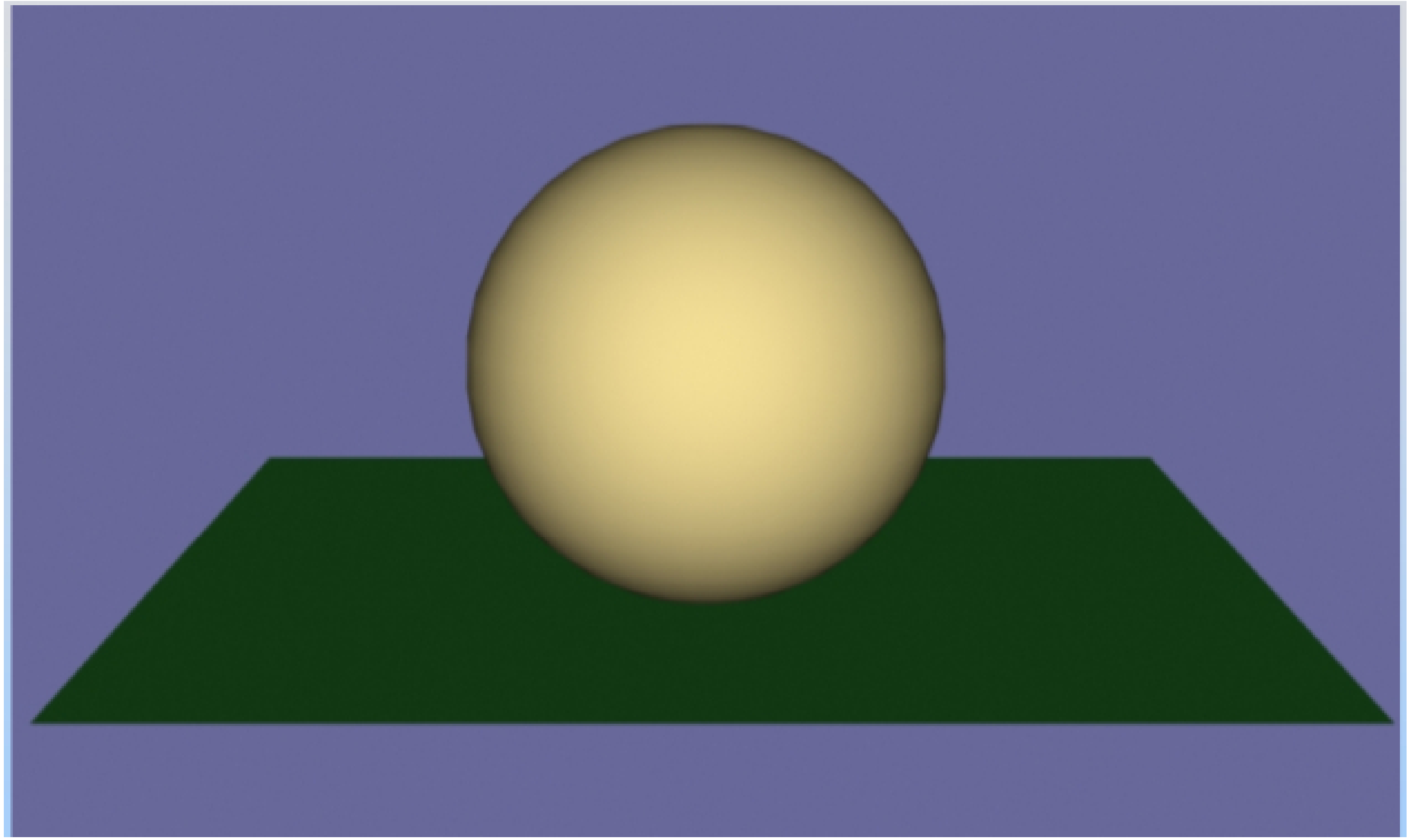
$$\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}} \qquad \vec{\mathbf{F}}_E = q\vec{\mathbf{E}}$$

* obje sile su konzervativne

$$\Delta V_g = -\int_A^B \vec{\mathbf{g}}\cdot d\,\vec{\mathbf{s}} \qquad \Delta V = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}}\cdot d\,\vec{\mathbf{s}}$$

$$\Delta U_g = -\int_A^B \vec{\mathbf{F}}_g\cdot d\,\vec{\mathbf{s}} \qquad \Delta U = -\int_A^B \vec{\mathbf{F}}_E\cdot d\,\vec{\mathbf{s}}$$

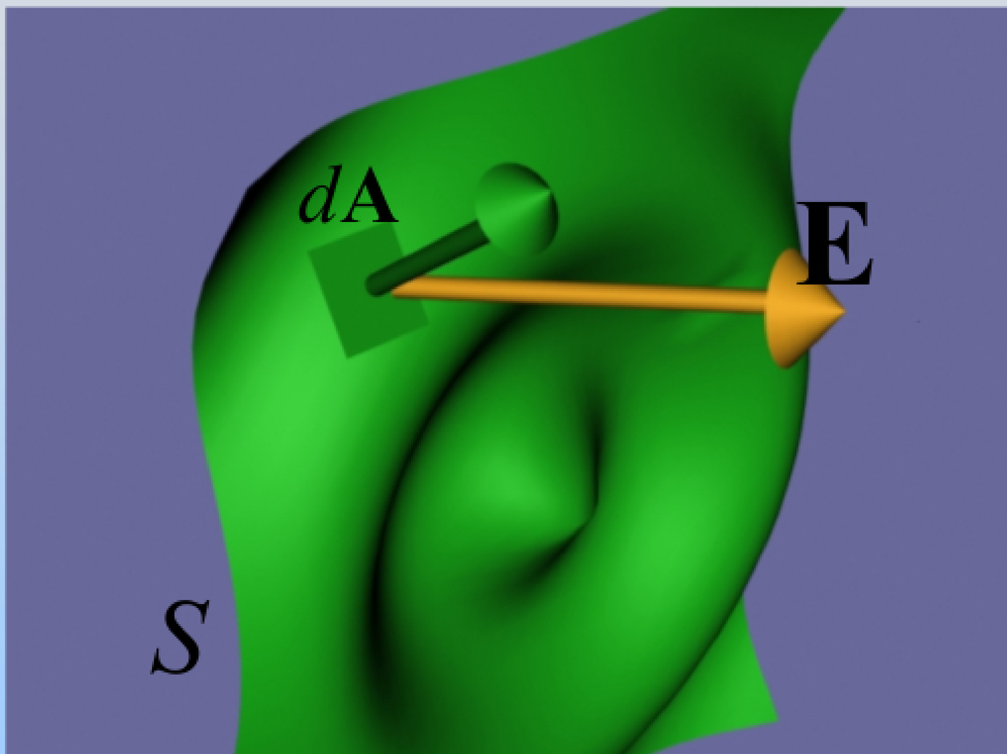
Otvorene i zatvorene površine



* pravokutnik je otvorena površina – ne sadrži volumen
* sfera je zatvorena površina – sadrži volumen

Električni tok Φ_E

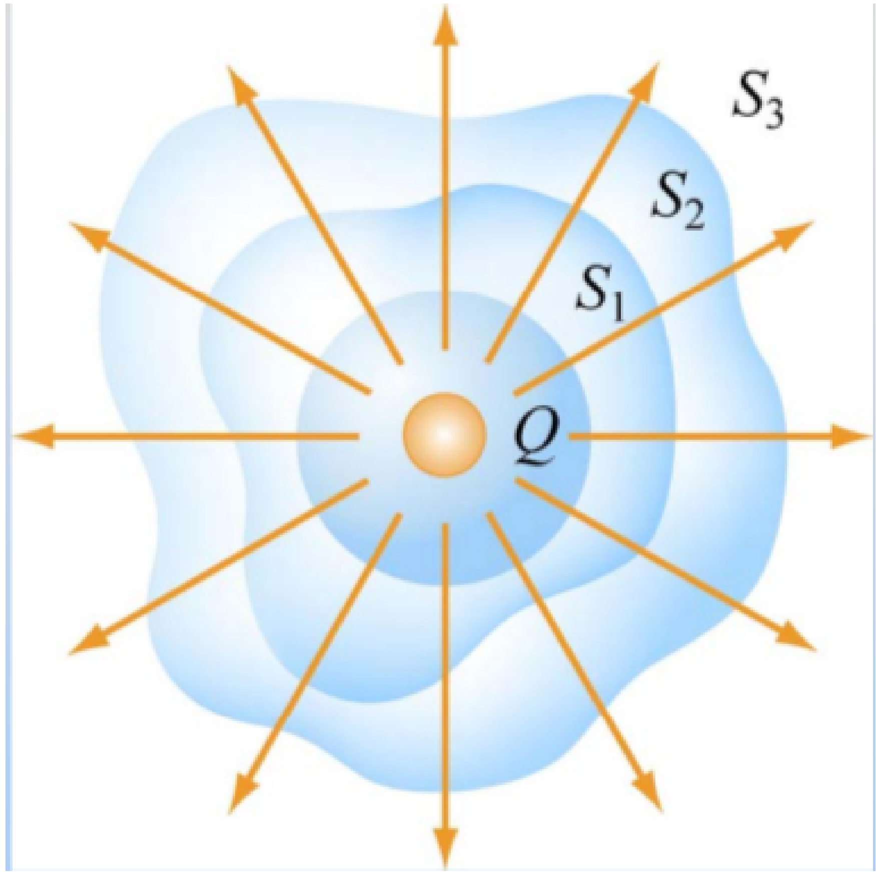
* 3. slučaj: **E** nije konstantno vektorsko polje,
 površina je zakrivljena



$$d\Phi_E = \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

$$\Phi_E = \iint d\Phi_E$$

Ideja Gaussovog zakona



* ukupni “tok” silnica koje prolaze kroz bilo koju površinu je isti i ovisi samo o količini obuhvaćenog naboja

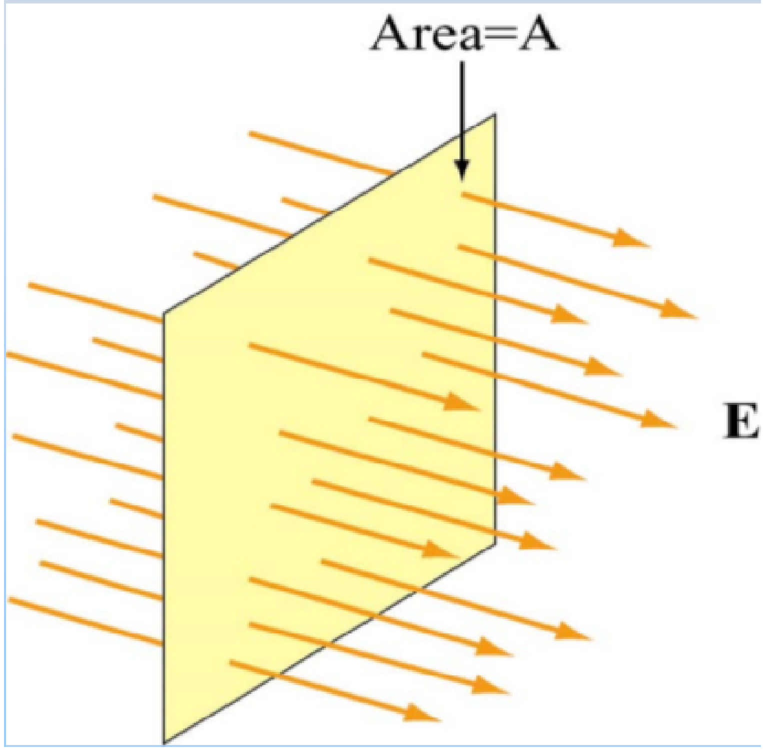
Gaussov zakon

$$\Phi_E = \oiint_{\text{closed surface}S} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

* električni tok Φ_E, površinski integral **E** preko zatvorene površine S, proporcionalan je električnom naboju obuhvaćenom u volumenu omeđenom površinom S

Električni tok Φ_E

* 1. slučaj: **E** je konstantno vektorsko polje okomito na ravninu S površine A



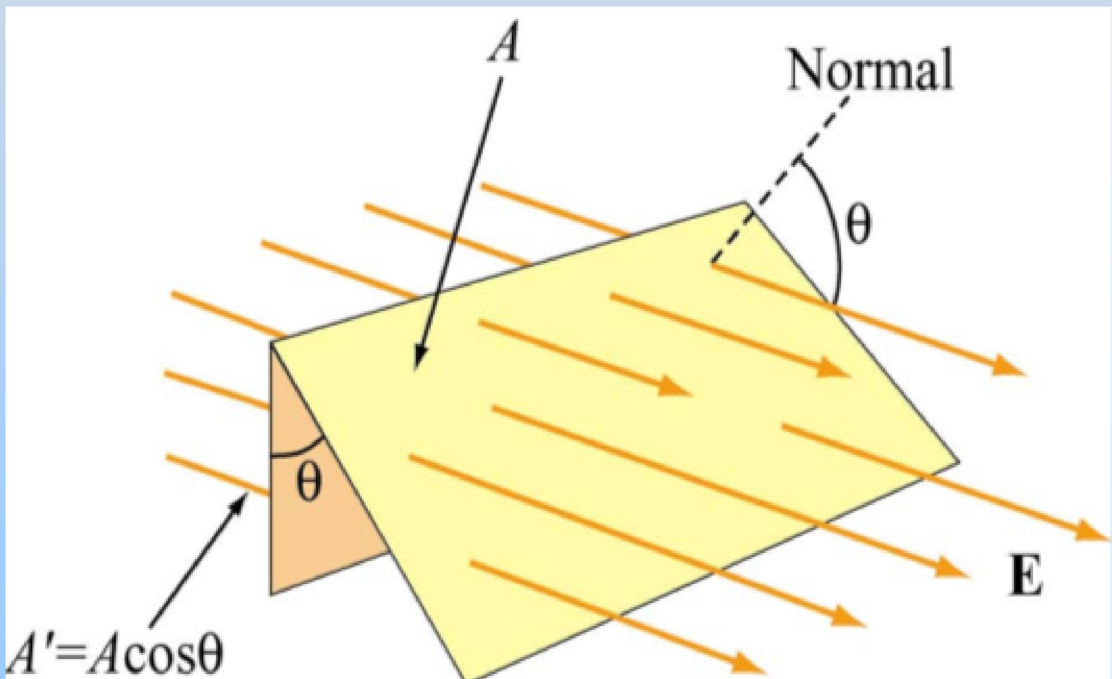
$$\Phi_E = \iint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

$$\Phi_E = +EA$$

* cilj: svesti problem na ovakav

Električni tok Φ_E

* 2. slučaj: **E** je konstantno vektorsko polje pod kutem θ na ravninu S površine A



$$\Phi_E = \iint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

$$\Phi_E = EA\cos\theta$$

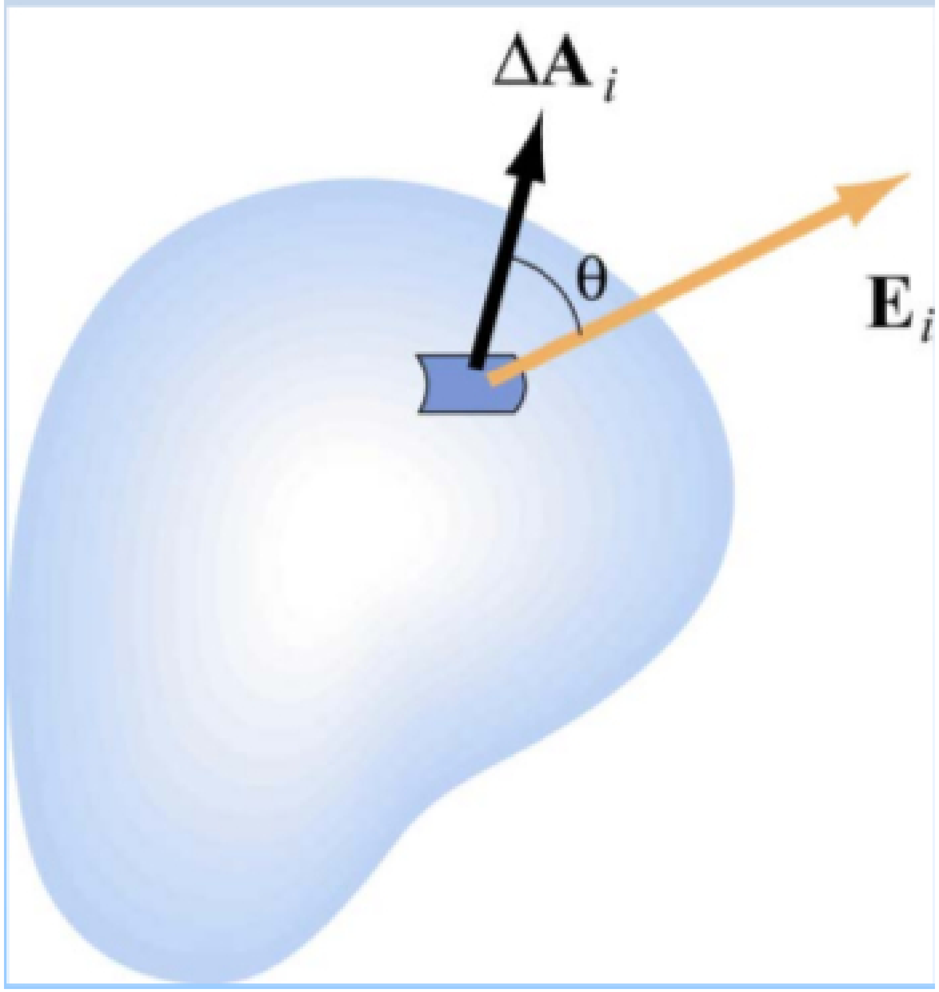
Gaussov zakon

$$\Phi_E = \underset{\text{closed surfaceS}}{\oiint} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

* integral mora biti preko zatvorene površine

Površinski element d**A** na zatvorenoj površini

* na zatvorenoj površini d**A** je normalan na površinu i pokazuje prema van, tj. iznutra prema van



$\Phi_E > 0$ ako **E** pokazuje van

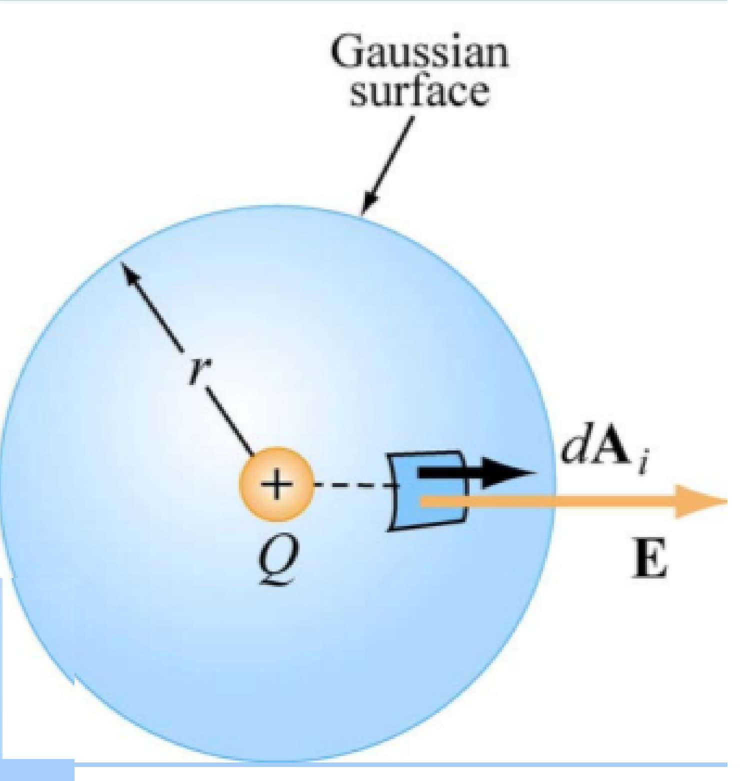
$\Phi_E < 0$ ako **E** pokazuje unutra

Električni tok Φ_E kroz sferu

* točkasti naboj, *q*, nalazi se u središti sfere radijusa *r*

* električno polje E na površini:

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$$



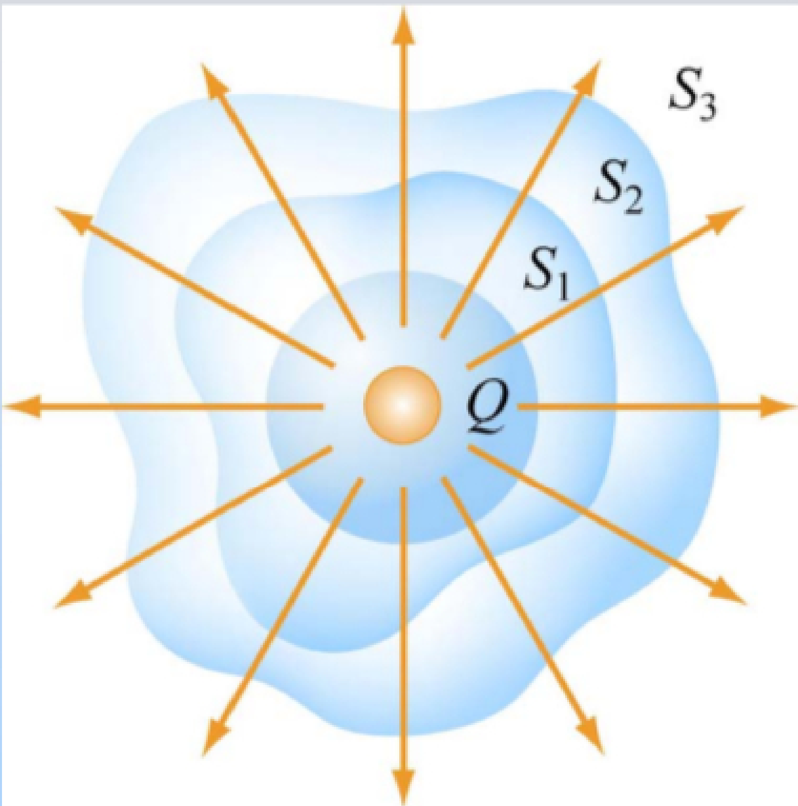
* električni tok kroz sferu:

$$\Phi_E = \oiint_S \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{A}} = \oiint_S \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}\cdot dA\,\hat{\mathbf{r}}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\oiint_S dA = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{d\vec{\mathbf{A}} = dA\,\hat{\mathbf{r}}}$$

Proizvoljne Gaussove površine



$$\Phi_E = \underset{\text{closed surface S}}{\oint\!\!\!\oint} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

za sve površine poput S_1, S_2 ili S_3

Primjenjivanje Gaussovog zakona

1. identificirati područja u kojima će se izračunavati **E** polje
2. izabrati Gaussove površine S: simetrija
3. izračunati $\Phi_E = \oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$
4. izračunati q_{in}, naboj obuhvaćen površinom S
5. primijeniti Gaussov zakon da bi se izračunalo **E**:

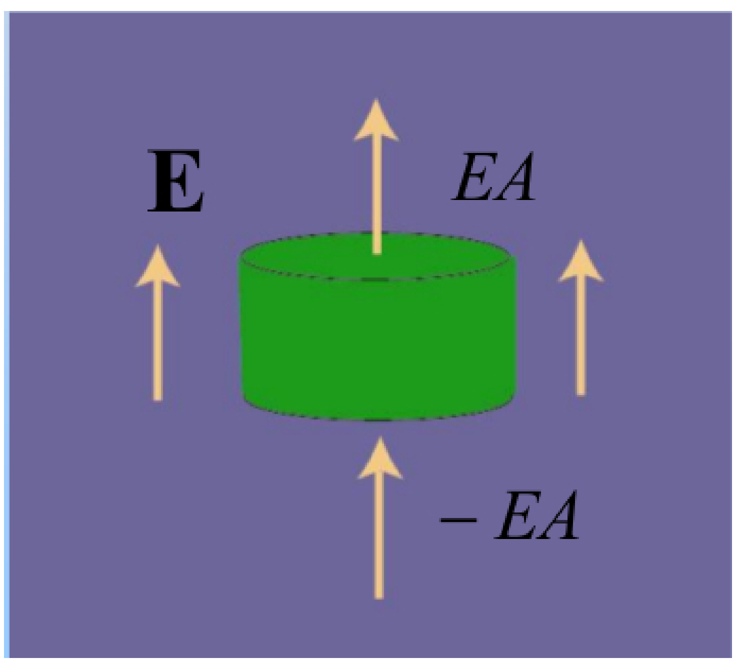
$$\boxed{\Phi_E = \oiint_{\substack{\text{closed} \\ \text{surfaceS}}} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}}$$

Izbor Gaussove površine

* izabrati površinu na kojoj je **E** okomit i konstantan
tada je tok EA ili -EA

ili

* izabrati površine na kojima je **E** paralelno
tada je tok jednak nuli



Primjer: jednoliko polje
Tok je EA na vrhu
Tok je -EA na dnu
Tok je nula na stranama

Simetrija i Gaussove površine

* korištenje Gaussovog zakona za izračunavanje **E** polja visokosimetričnih izvora

Simetrija	**Gaussova površina**
sferična	koncentrična sfera
cilindrična	koaksijalni cilindar
planarna	tanka “kutija”