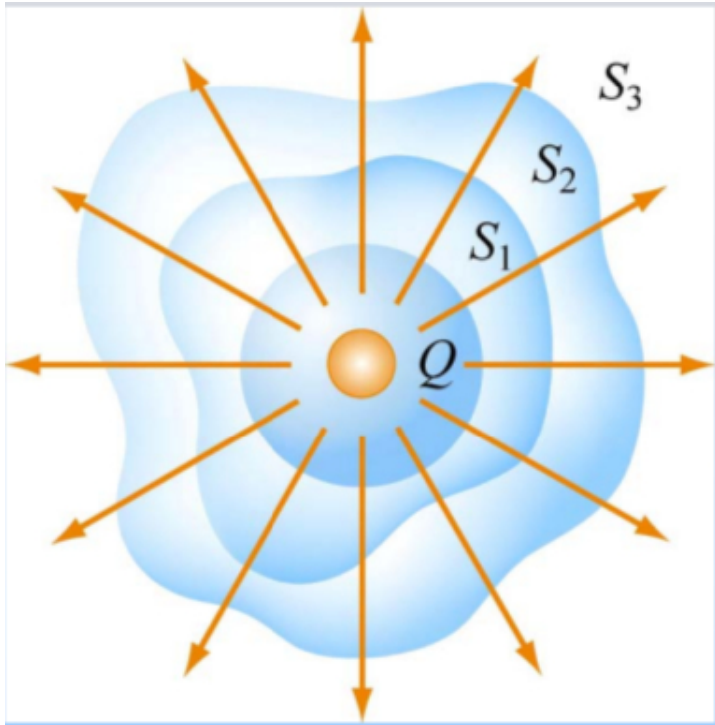


# Gaussov zakon



$$\Phi_E = \oiint_{\text{closed surface } S} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

u praksi koristiti simetriju:

\* sferičnu ( $r$ )

\* cilindričnu ( $r, l$ )

\* planarnu ("kutija",  $A$ )

# Primjenjivanje Gaussovog zakona

1. identificirati područja u kojima će se izračunavati  $\mathbf{E}$  polje
2. izabrati Gaussove površine  $S$ : simetrija
3. izračunati  $\Phi_E = \oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$
4. izračunati  $q_{in}$ , naboj obuhvaćen površinom  $S$
5. primijeniti Gaussov zakon da bi se izračunalo  $\mathbf{E}$ :

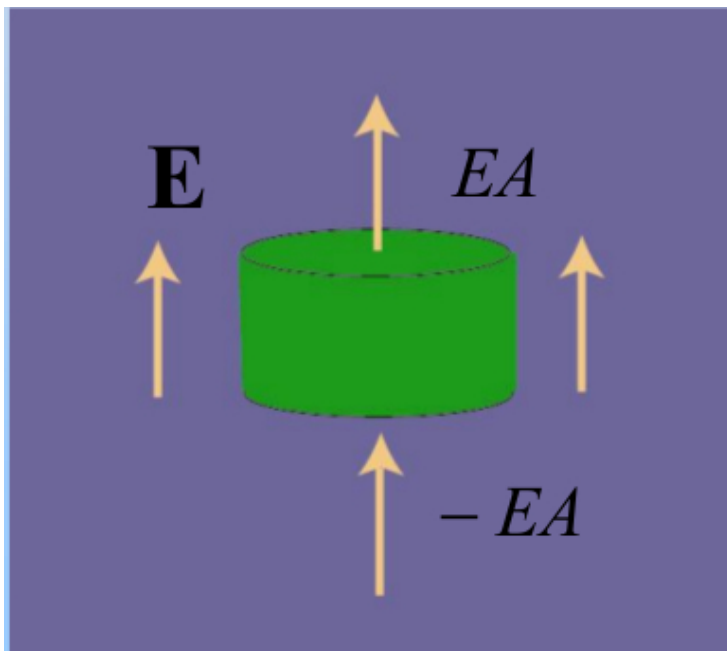
$$\Phi_E = \oiint_{\text{closed surface } S} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

# Izbor Gaussove površine

- \* izabrati površinu na kojoj je  $\mathbf{E}$  okomit i konstantan  
tada je tok  $EA$  ili  $-EA$

ili

- \* izabrati površine na kojima je  $\mathbf{E}$  paralelno  
tada je tok jednak nuli



Primjer: jednoliko polje  
Tok je  $EA$  na vrhu  
Tok je  $-EA$  na dnu  
Tok je nula na stranama

# Simetrija i Gaussove površine

\* korištenje Gaussovog zakona za izračunavanje **E** polja visokosimetričnih izvora

## **Simetrija**

sferična

cilindrična

planarna

## **Gaussova površina**

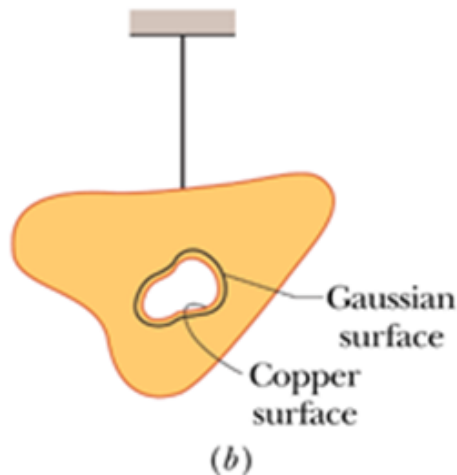
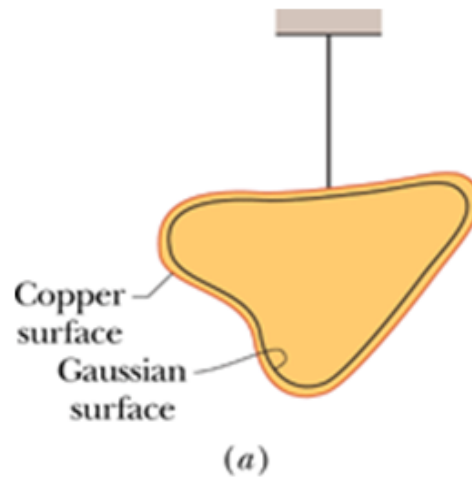
koncentrična sfera

koaksijalni cilindar

tanka "kutija"

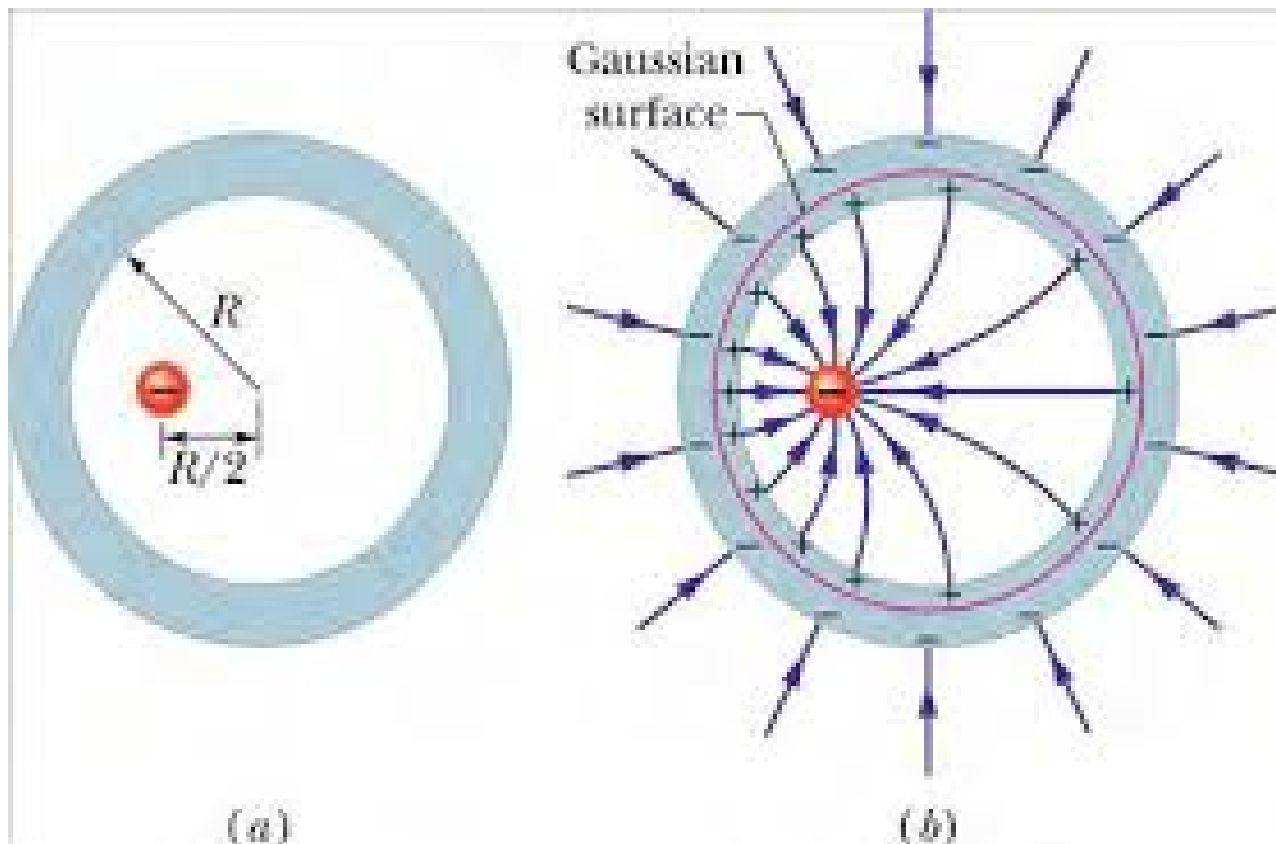
# Izolirani vodič proizvoljnog oblika s viškom električnog naboja

Ako se na izolirani vodič proizvoljnog oblika dovede električni naboj, taj naboj će se u potpunosti rasporediti po površini tog vodiča. Dovedeni naboj se neće zadržavati u unutrašnjosti vodiča.



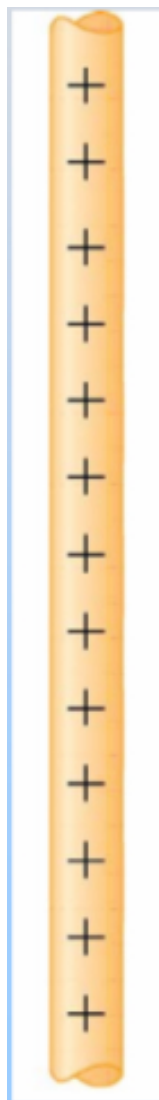
# Primjer

Na slici je prikazan poprečni presjek metalne ljuske unutarnjeg polumjera  $R$ . Točkasti naboj od  $-5\mu\text{C}$  nalazi se na udaljenosti  $R/2$  od središta ljuske. Ako je ljuska električki neutralna, koliki je inducirani naboj na njezinoj unutarnjoj i vanjskoj površini? Jesu li ti naboji jednoliko distribuirani? Kako izgleda električno polje unutar i izvan ljuske?



# Gaussov zakon u slučaju cilindrične simetrije

- \* beskrajno dugačak štap s uniformnom gustoćom naboja  $\lambda$ . Pronađi  $\mathbf{E}$  izvan štapa.



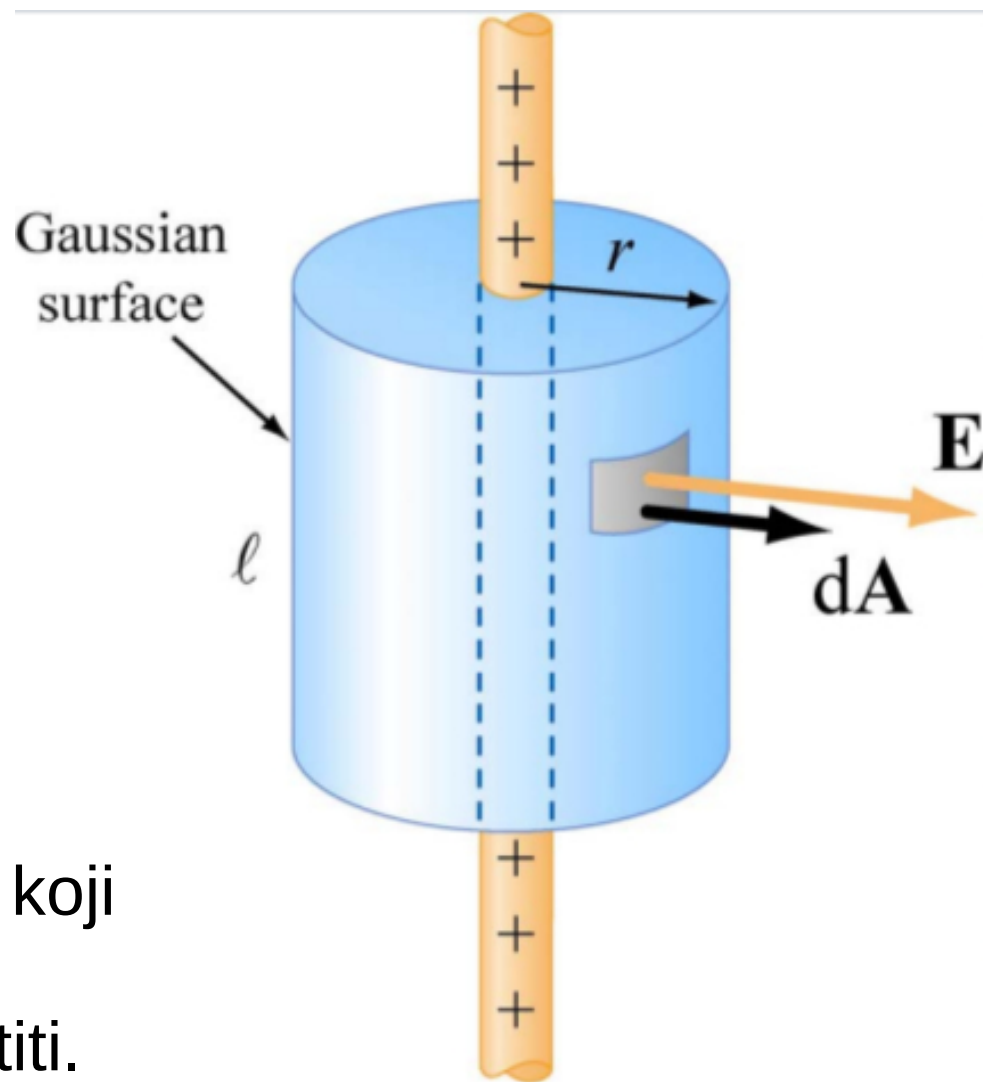
# Gaussov zakon u slučaju cilindrične simetrije

simetrija je cilindrična

$$\vec{\mathbf{E}} = E \hat{\mathbf{r}}$$

koristiti Gaussov cilindar

$r$  je proizvoljan, ali je radijus za koji ćemo izračunavati  $E$  polje.  $l$  je proizvoljan i trebao bi se pokratiti.



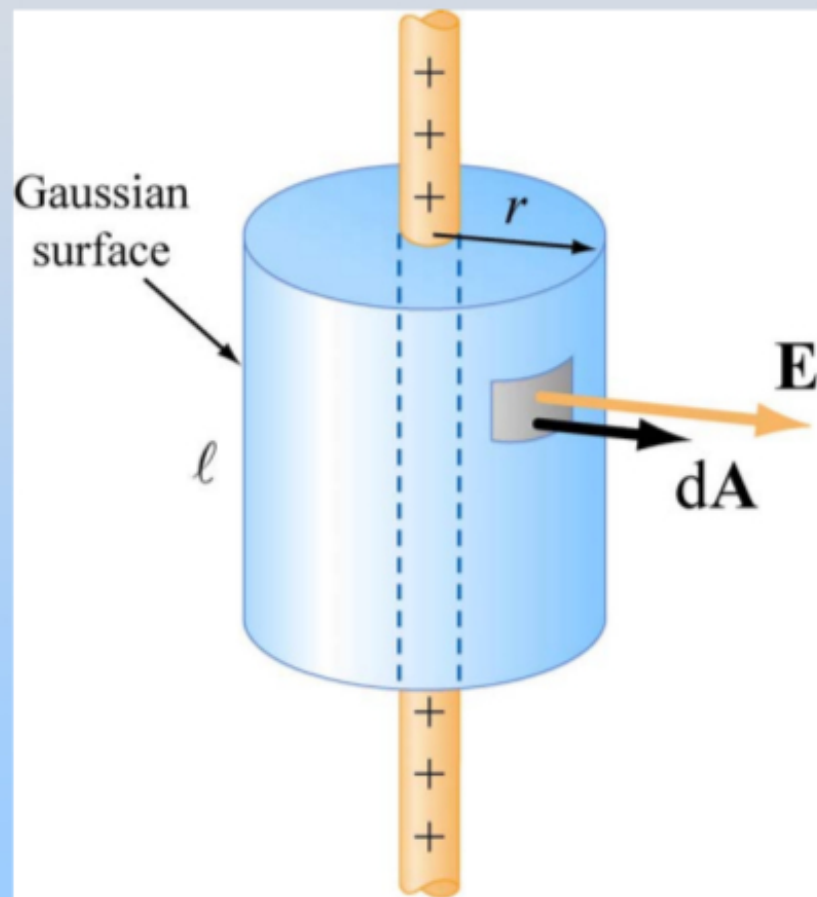


# Gaussov zakon u slučaju cilindrične simetrije

ukupni naboj obuhvaćen  $q_{in} = \lambda l$

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = E \oiint_S dA = EA \\ &= E(2\pi r l) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow \vec{\mathbf{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{\mathbf{r}}$$

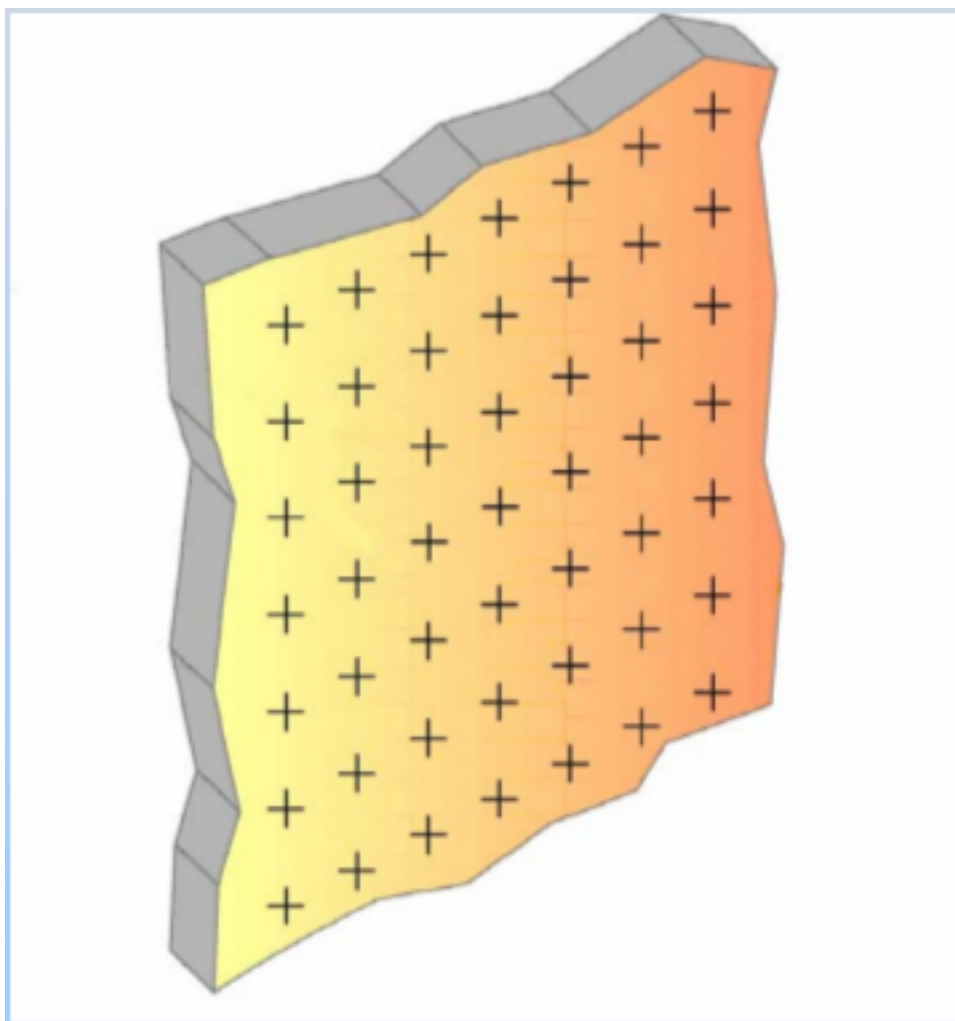


# Primjer

Osoba prikazana na slici 23-14 nalazila se na platformi u vrijeme dok joj se iznad glave kretao veliki olujni oblak. Donji dio oblaka bio je negativno nabijen te je uzrokovao da neki od vodljivih elektrona iz tijela ove osobe odu u tlo, zbog čega je osoba ostala pozitivno nabijena. Vidjelo se da je jako nabijena po tome što su joj se vlasi kose snažno odbijale, i pružale se duž silnica električnog polja koje je stvorio naboj na njoj. Osoba je bila u opasnosti od udara munje, koji se događa kad se formira tzv. streamer prema gore. Električno polje od naboja na osobi može postati dovoljno jako da ionizira okolne molekule zraka, pri čemu se naglo oslobađa veliki broj elektrona. U slučaju kad se formira streamer prema gore slobodni elektroni iz zraka bi se pomaknuli prema tijelu osobe, kao da ga žele neutralizirati, pri čemu bi proizveli jaku struju naboja kroz tijelo osobe, koja može biti opasna. Ako si tijelo čovjeka približimo kao uzak vertikalni cilindar, visine  $L=1.8\text{m}$  i polumjera  $R=0.1\text{m}$ . Pretpostavimo da je naboj  $Q$  jednoliko distribuiran po cilindru te da bi se streamer prema gore formirao samo ako električno polje bude imalo veću vrijednost od kritičnog električnog polja  $2.4\text{ MN/C}$ . Koliki ukupni naboj  $Q$  bi bio potreban da zrak oko tijela dovede do formiranja streamera prema gore?

# Gaussov zakon u slučaju planarne simetrije

- \* beskrajna ravnina s jednolikom gustoćom naboja  $\sigma$ .  
Pronaći  $\mathbf{E}$  izvan ravnine.



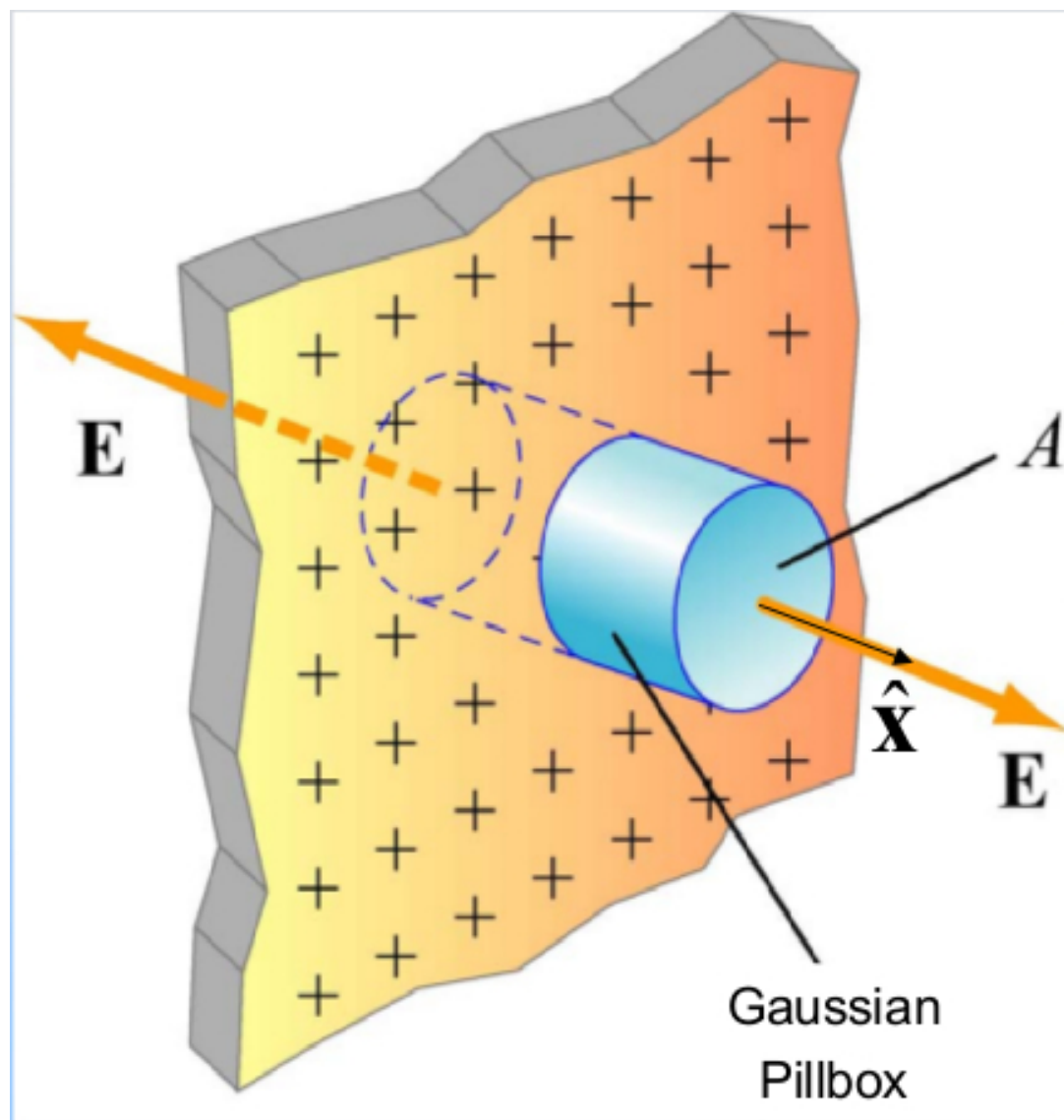
# Gaussov zakon u slučaju planarne simetrije

simetrija je planarna

$$\vec{\mathbf{E}} = \pm E \hat{\mathbf{x}}$$

koristiti Gaussovu “kutiju”

$A$  je proizvoljan, tj. veličina i oblik  $A$ , i trebao bi se pokratiti.

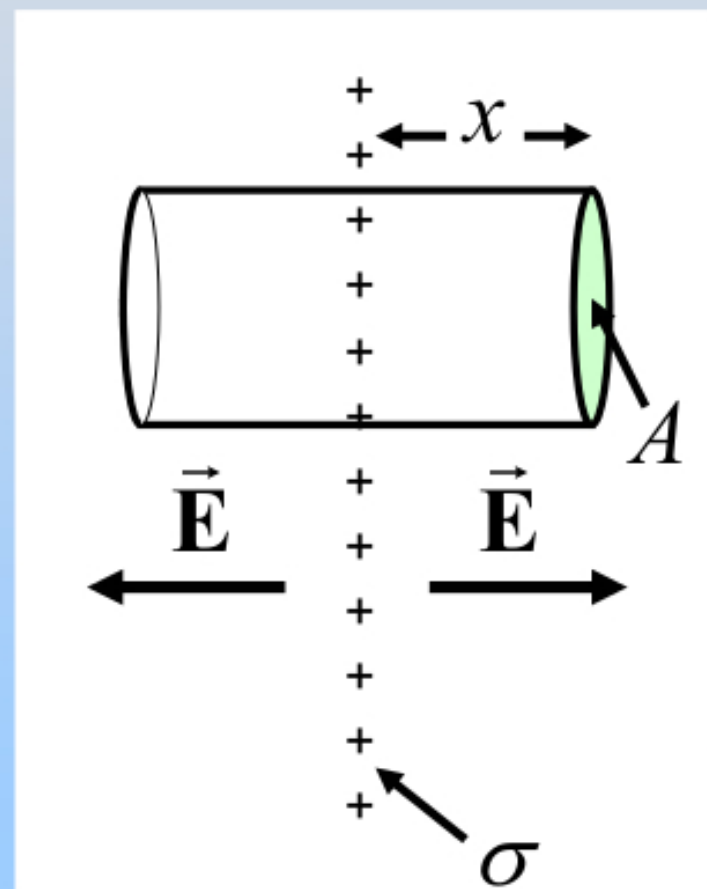


# Gaussov zakon u slučaju planarne simetrije

ukupni naboj obuhvaćen  $q_{in} = \sigma A$

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = E \oiint_S dA = EA_{Endcaps} \\ &= E(2A) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \Rightarrow \vec{\mathbf{E}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \begin{cases} \hat{\mathbf{x}} & \text{to right} \\ -\hat{\mathbf{x}} & \text{to left} \end{cases}$$



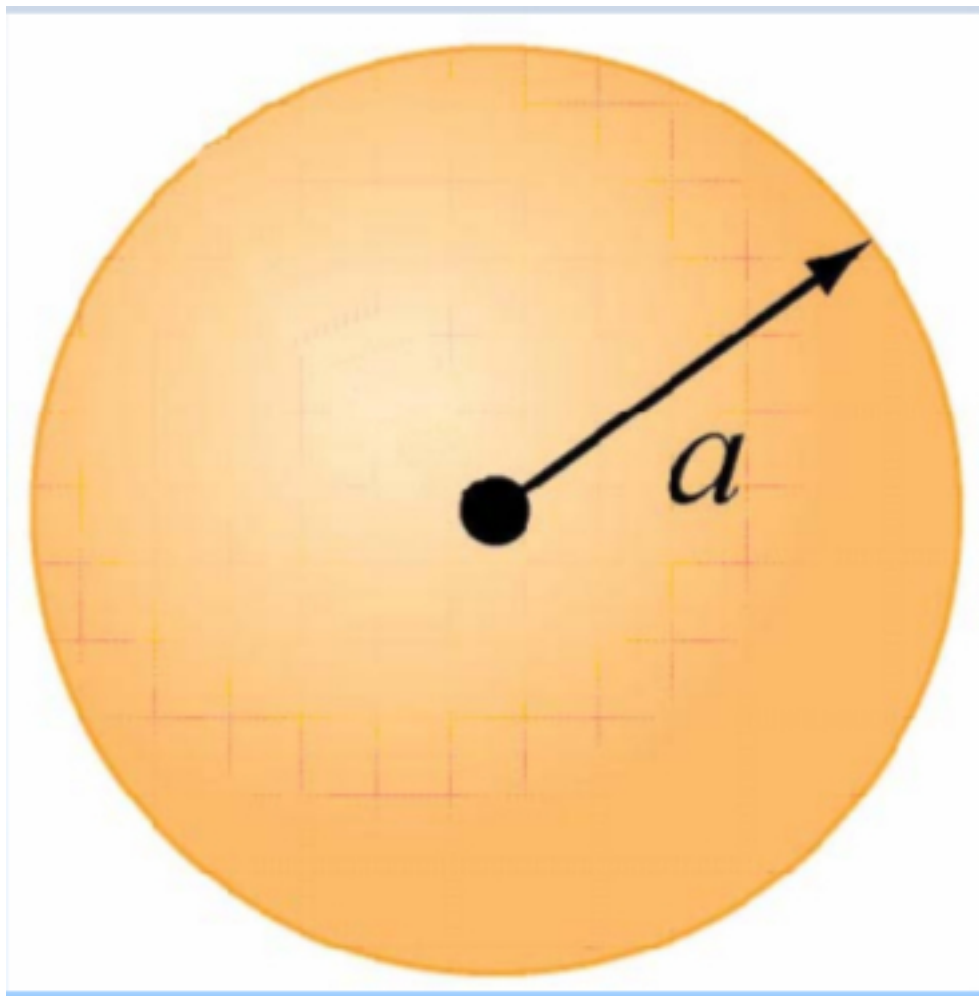
# Primjer

Na slici 13-17a prikazani su dijelovi velikih, paralelnih, nevodljivih ploha, od kojih svaka ima određeni jednoliko raspoređen naboj na jednoj strani. Iznosi pozitivnih površinskih gustoća naboja su  $6.8 \mu\text{C}/\text{m}^2$  za pozitivno nabijenu plohu te  $4.3 \mu\text{C}/\text{m}^2$  za negativno nabijenu plohu. Pronađite električno polje:

- a) lijevo od ploha;
- b) između ploha;
- c) desno od ploha.

# Gaussov zakon u slučaju sferne simetrije

\*  $+Q$  jednoliko distribuiran po ne-vodljivoj čvrstoj sferi polumjera  $a$ . Pronaći  $\mathbf{E}$  svagdje.

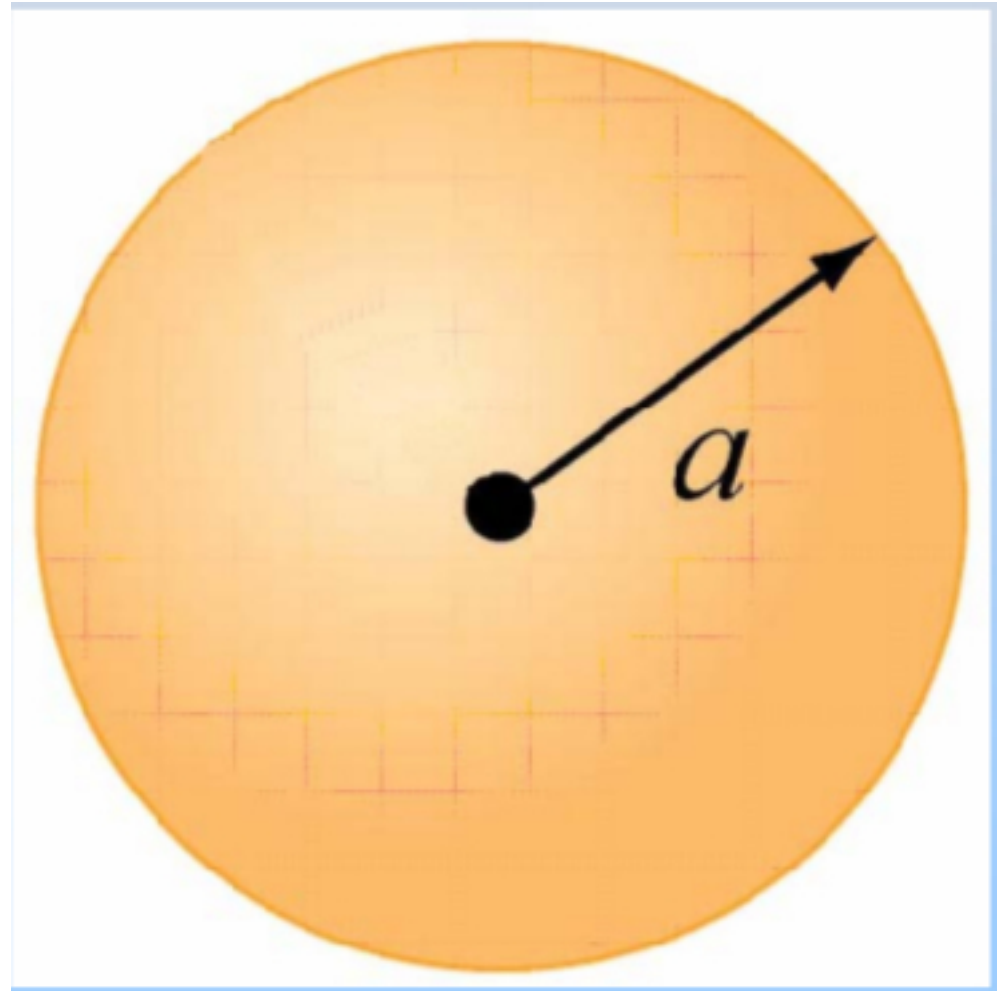


# Gaussov zakon u slučaju sferne simetrije

Simetrija je sferna

$$\vec{\mathbf{E}} = E \hat{\mathbf{r}}$$

koristiti Gaussove sfere.

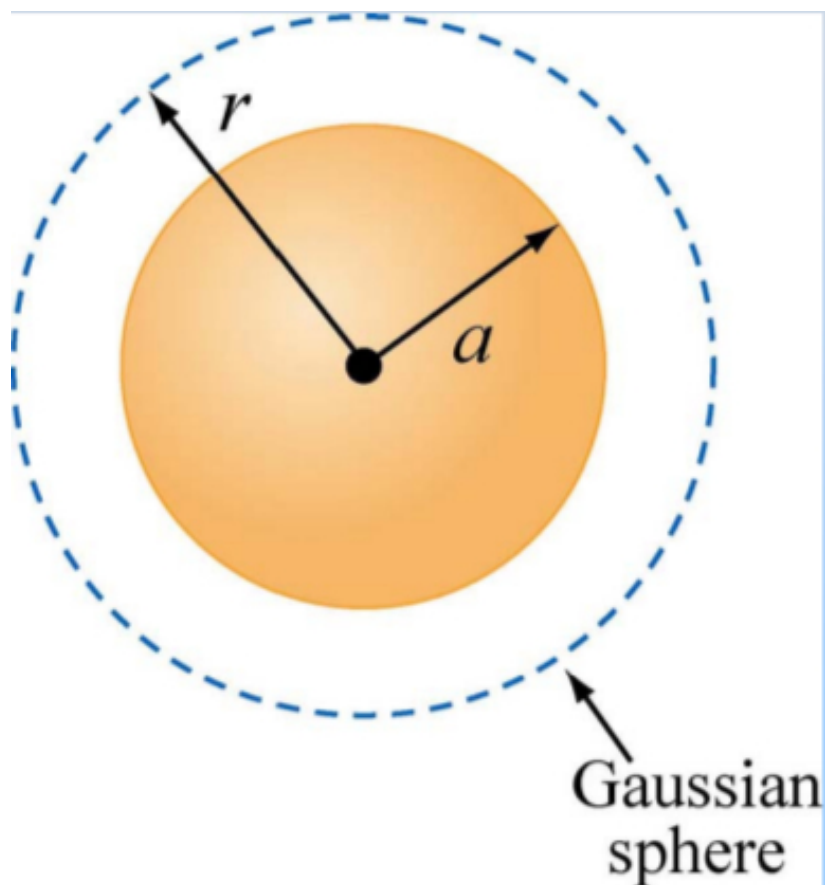




# Gaussov zakon u slučaju sferne simetrije

## Područje 1: $r > a$

nacrtati Gaussovu sferu u Području 1 ( $r > a$ )



$r$  je proizvoljan, ali je radijus za koji ćemo izračunati  $\mathbf{E}$  polje

# Gaussov zakon u slučaju sferne simetrije

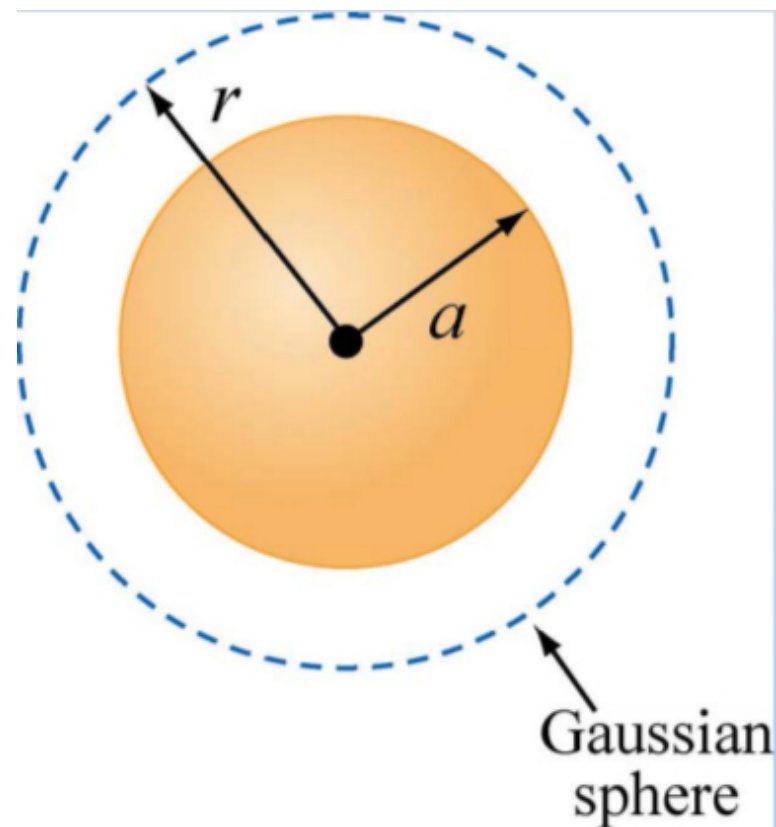
## Područje 1: $r > a$

ukupni naboj obuhvaćen  $q_{in} = +Q$

$$\Phi_E = \oiint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = E \oiint_S dA = EA$$
$$= E(4\pi r^2)$$

$$\Phi_E = 4\pi r^2 E = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow \vec{\mathbf{E}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

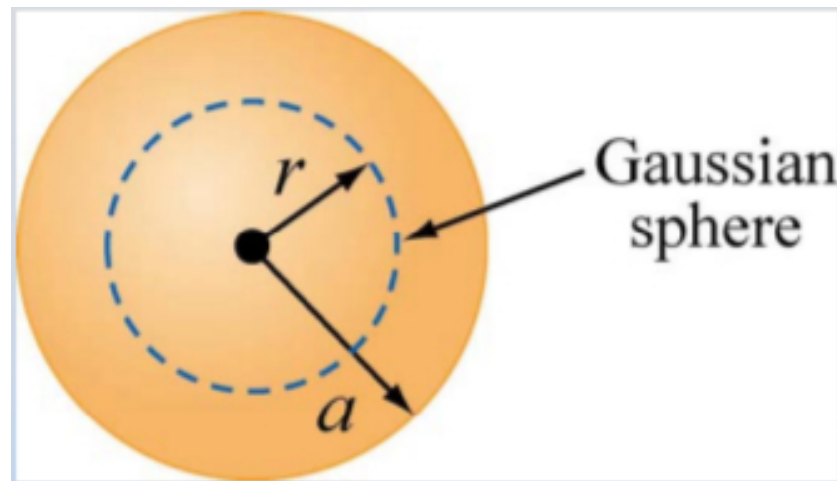


# Gaussov zakon u slučaju sferne simetrije

## Područje 2: $r < a$

ukupni naboj obuhvaćen

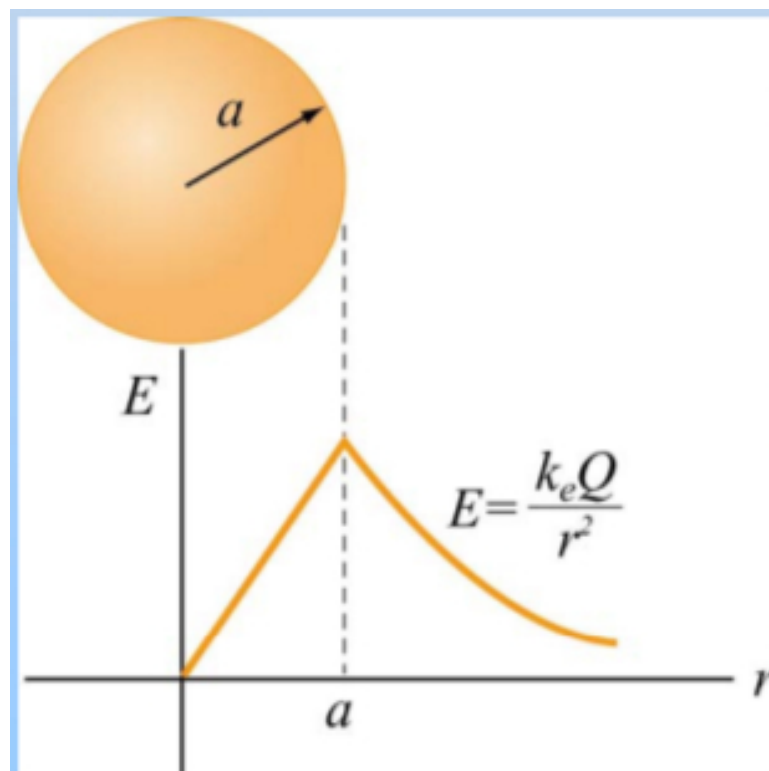
$$q_{in} = \left( \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi a^3} \right) Q = \left( \frac{r^3}{a^3} \right) Q \quad \text{OR} \quad q_{in} = \rho V$$



Gaussov zakon:

$$\Phi_E = E(4\pi r^2) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \left( \frac{r^3}{a^3} \right) \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{a^3} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{a^3} \hat{r}$$



# Kratko pitanje

Na slici su prikazane dvije velike, paralelne, nevodljive plohe s jednakim pozitivnim površinskim gustoćama električnog naboja i sfera s jednolikom pozitivnom volumnom distribucijom naboja. Rangirajte četiri prikazane točke po iznosu ukupnog električnog polja u njima, počevši od najveće.

