①

$\vec{S} = (2\hat{i} + 3\hat{j})\, m^2$

a) $\vec{E} = 4\hat{i}\ \frac{N}{C}$

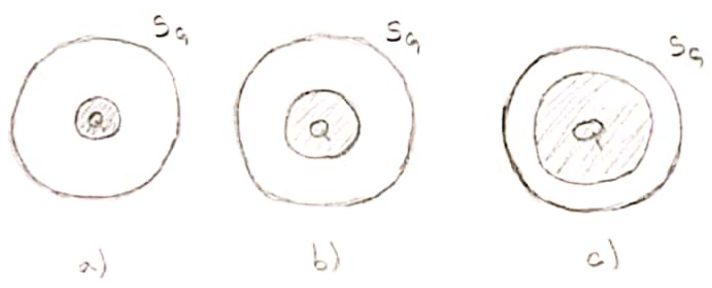
b) $\vec{E} = 4\hat{k}\ \frac{N}{C}$, $\Phi = ?$

$\Phi_1 = \vec{S}\cdot\vec{E} = (2\hat{i}+3\hat{j})\cdot 4\hat{i} = 8\underbrace{\hat{i}\cdot\hat{i}}_{1} = 8\ \frac{Nm^2}{C}$

$\Phi_2 = \vec{S}\cdot\vec{E} = (2\hat{i}+3\hat{j})\cdot 4\hat{k} = 0\ \frac{Nm^2}{C}$

– KOD SKALARNOG PRODUKTA MNOŽITE KOMPONENTU JEDNOG VEKTORA S KOMPONENTOM DRUGOG VEKTORA ($\hat{i}\cdot\hat{i}$, $\hat{j}\cdot\hat{j}$ ili $\hat{k}\cdot\hat{k}$), A REZULTAT JE SKALAR!

②



$\boxed{\Phi_a = \Phi_b = \Phi_c}$

TOK POLJA Φ PROPORCIONALAN JE POVRŠINI GAUSSIJANSKE PLOHE $\Phi \sim S_G$;

TOK POLJA Φ PROPORCIONALAN JE NABOJU ZATVORENOM U GAUSSIJANSKOJ PLOHI S_G ($\Phi \sim Q$). BUDUĆI JE NABOJ Q U SVA TRI SLUČAJA JEDNAK, A JEDNAKE SU I S_G, TOK JE U SVA TRI SLUČAJA ISTI.

③

$S_G \sim \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$

NABOJ ZATVOREN U GAUSSIJANSKOJ PLOHI

NABOJ NA KUGLI — NABOJ NA PRVOJ LJUSCI

$S_{G_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}$

$S_{G_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q+3Q}{4R^2}$

NABOJ NA KUGLI — NABOJ NA PRVOJ LJUSCI — NABOJ NA DRUGOJ LJUSCI

$S_{G_3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q+3Q+5Q}{9R^2}$

$\boxed{S_{G_1} = S_{G_2} = S_{G_3}}$

(4)

a) $a = b = c = d$

$\Phi \sim q = \frac{q}{\varepsilon_0}$

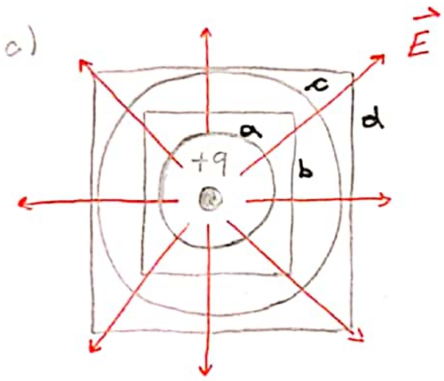
TOK JE PROPORCIONALAN ZATVORENOM NABOJU, U SVAKOJ OD POVRŠINA ZATVOREN JE ISTI NABOJ $+q$.

b) $a > b > c > d$

$E \sim \frac{q}{r^2} = k\frac{q}{r^2}$

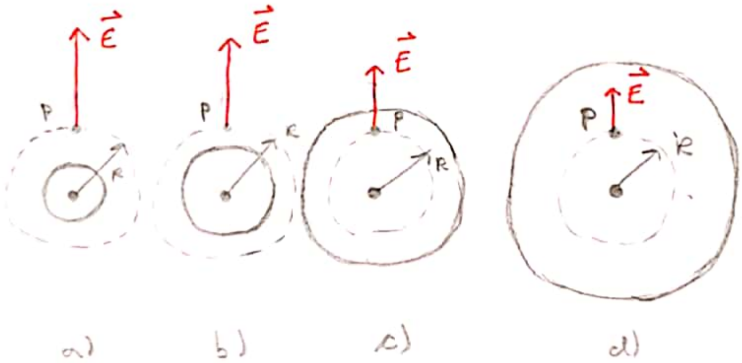
JAKOST ELEKTRIČNOG POLJA OBRNUTO JE PROPORCIONALNA UDALJENOSTI OD IZVORA POLJA (NABOJ $+q$), GAUSSIJANSKA PLOHA a NAJMANJE JE UDALJENA OD IZVORA, ZATIM PLOHA b, c PA d.

c)



KADA SE NACRTAJU SILNICE POLJA $\vec{E}$ KOJE IZVIRU IZ NABOJA $+q$, VIDI SE DA SU ONE UNIFORMNE PO PLOHAMA a i c.

(5)



NABOJ JE UNIFORMNO RASPOREĐEN PO CIJELOM VOLUMENU SFERE.

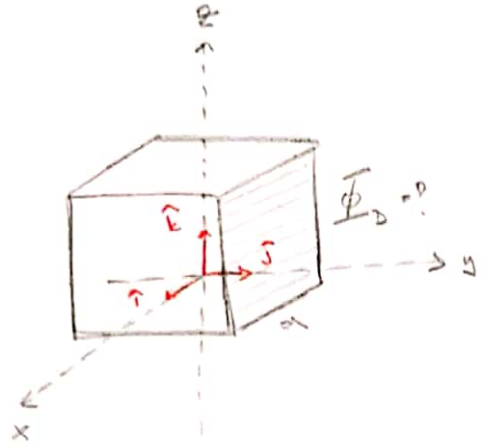
$|\vec{E}| \sim q$

ISCRTKANE KRUŽNICE SU GAUSSIJANSKE KRIVULJE (RUBOVI PLOHA) ISTIH POLUMJERA, A PROLAZE TOČKOM P.

U SLUČAJEVIMA a i b ISTI JE NABOJ ZATVOREN U PLOHAMA – CIJELA UNIFORMNA SFERA. U SLUČAJU c VEĆI JE IZNOS NABOJA ZATVOREN U PLOHI NEGO U SLUČAJU d.

$$\boxed{E_a = E_b > E_c > E_d}$$

(6)



$a = 1{,}4\ m$

a) $\vec{E} = 6\hat{i}\ N/C$

b) $\vec{E} = -2\hat{j}\ N/C$

c) $\vec{E} = -3\hat{i} + 4\hat{k}\ N/C$

Φ KROZ DESNU PLOHU?

$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S}$

$\vec{S} = a^2\hat{j} = (1{,}4\ m)^2\hat{j}$

a) $\Phi = 6\hat{i} \cdot (1{,}4)^2\hat{j} = 0$ $\quad \hat{i} \perp \hat{j}$ PA SKALARNI PRODUKT 0!

b) $\Phi = -2\hat{j} \cdot (1{,}4)^2\hat{j} = -3{,}92\ Nm^2/C$ $\quad \hat{j} \parallel \hat{j} \Rightarrow \hat{j} \cdot \hat{j} = 1$, A $-\hat{j} \cdot \hat{j} = -1$!

c) $\Phi = (\underbrace{-3\hat{i}}_{=0} + \overbrace{4\hat{k}}^{=0}) \cdot (1{,}4)^2\hat{j} = 0$

(8) $D = 1{,}2\ m \Rightarrow R = \frac{D}{2}$

$\sigma = 8{,}1\ \mu C/m^2 = 8{,}1 \cdot 10^{-6}\ C/m^2$

$q = ?\ \Phi = ?$

$q = 4\pi R^2 \sigma = 4\pi \left(\frac{1{,}2}{2}\right)^2 8{,}1 \cdot 10^{-6} = 3{,}7 \cdot 10^{-5}\ C$ — NABOJ NA POVRŠINI SFERE PRODUKT JE OPLOŠJA SFERE ($4\pi R^2$) I POVRŠINSKE GUSTOĆE NABOJA.

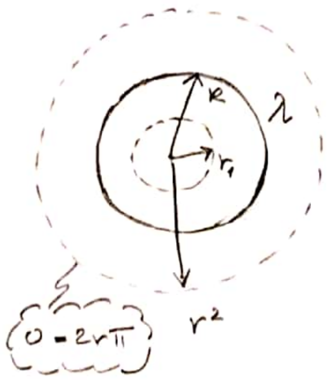
$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{3{,}7 \cdot 10^{-5}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 4{,}1 \cdot 10^{6}\ Nm^2/C$

(9) $R = 3\,cm = 3\cdot10^{-2}\,m$

$\lambda = 2\cdot10^{-9}\,C/m^2$

$E = ?$ a) $r_1 = \frac{R}{2}$

b) $r_2 = 2R$



r_1 i r_2 su POLUMJERI GAUSSIJANSKIH PLOHA

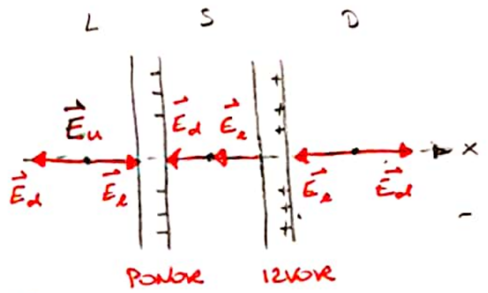
a) ZA $r < R$ $E = 0$

JER UNUTAR GAUSSIJANSKE PLOHE NEMA NABOJA

b) $$E = \frac{\lambda}{2r_2\pi\,\varepsilon_0} = \frac{2\cdot10^{-9}}{2\pi(2\cdot3\cdot10^{-2})\cdot\varepsilon_0} = 5{,}99\cdot10^{3}\,N/C$$

(10) $\sigma = 7\cdot10^{-22}\,C/m^2$

$\vec{E}_L, \vec{E}_D, \vec{E}_S = ?$

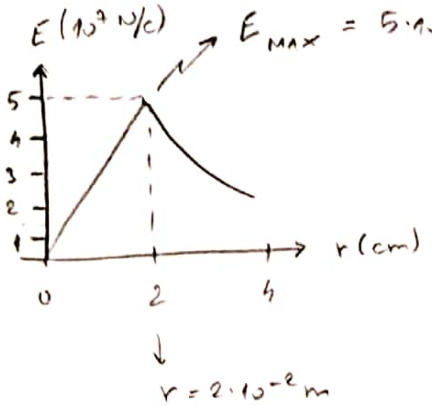


a) $$\vec{E}_L = \underbrace{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{\imath})}_{\text{DOPRINOS OD DESNE PLOČE}} + \underbrace{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\imath}}_{\text{DOPRINOS OD LIJEVE PLOČE}} = 0$$

b) $$\vec{E}_D = \underbrace{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\imath}}_{\text{DOPRINOS OD DESNE}} + \underbrace{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{\imath})}_{\text{DOPRINOS OD LIJEVE}} = 0$$

c) $$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{\imath}) + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{\imath}) = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\imath} = -\frac{7\cdot10^{-22}}{8{,}85\cdot10^{-12}}\hat{\imath} = \left(-7{,}91\cdot10^{-11}\,\frac{N}{C}\right)\hat{\imath}$$

(11)



$E_{MAX} = 5\cdot10^{7}\ N/c$

$Q_s = ?$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \Rightarrow q = 4\pi\varepsilon_0 r^2 E$$

$$q = 4\pi\,(0{,}02)^2\,(5\cdot10^{7})\cdot\varepsilon_0 = 2{,}22\cdot10^{-6}\ C$$

(12)

$a = 2\ cm$

$b = 2a$

$c = 2{,}4a$

$q_1 = 5\ \mu C$

$q_2 = -q_1$

$E = ?$ za $r = 0$, $r = \frac{a}{2}$, $r = a$ (D.Z: $r = 1{,}5a$, $r = 2{,}3a$, $r = 3{,}5a$)

ZA SVAKI r ZAMISLITE GAUSSIJANSKU PLOHU KOJOJ JE r POLUMJER, A OPLOŠJE $4\pi r^2$.

POLJE JE UNIFORMNO PO SVAKOJ TAKVOJ PLOHI, A VEKTORI POLJA SU USMJERENI PREMA VAN NA SVAKOM DIJELU PLOHE.

ISKORISTITE GAUSSOV ZAKON $\underbrace{\oint \vec{E}\,d\vec{S}}_{E\cdot S} = 4\pi r^2 E$, r – POLUMJER GAUSSIJANSKE PLOHE

JER $\vec{E} \perp d\vec{S}$!

A JAKOST EL POLJA SFERE IMA IZRAZ KAO I JAKOST TOČKASTOG NABOJA

$$E = k\frac{q}{r^2} \Rightarrow E = \frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$$ ZA $r < a$!

UKUPNI NABOJ UNUTAR GAUSSIJANSKE PLOHE

a) $E = 0$

b) $E = \dfrac{q\frac{a}{2}}{4\pi\varepsilon_0 a^3} = 5{,}62\cdot10^{-2}\ N/C$

c) $E = \dfrac{qa}{4\pi\varepsilon_0 a^3} = 0{,}112\ N/C$