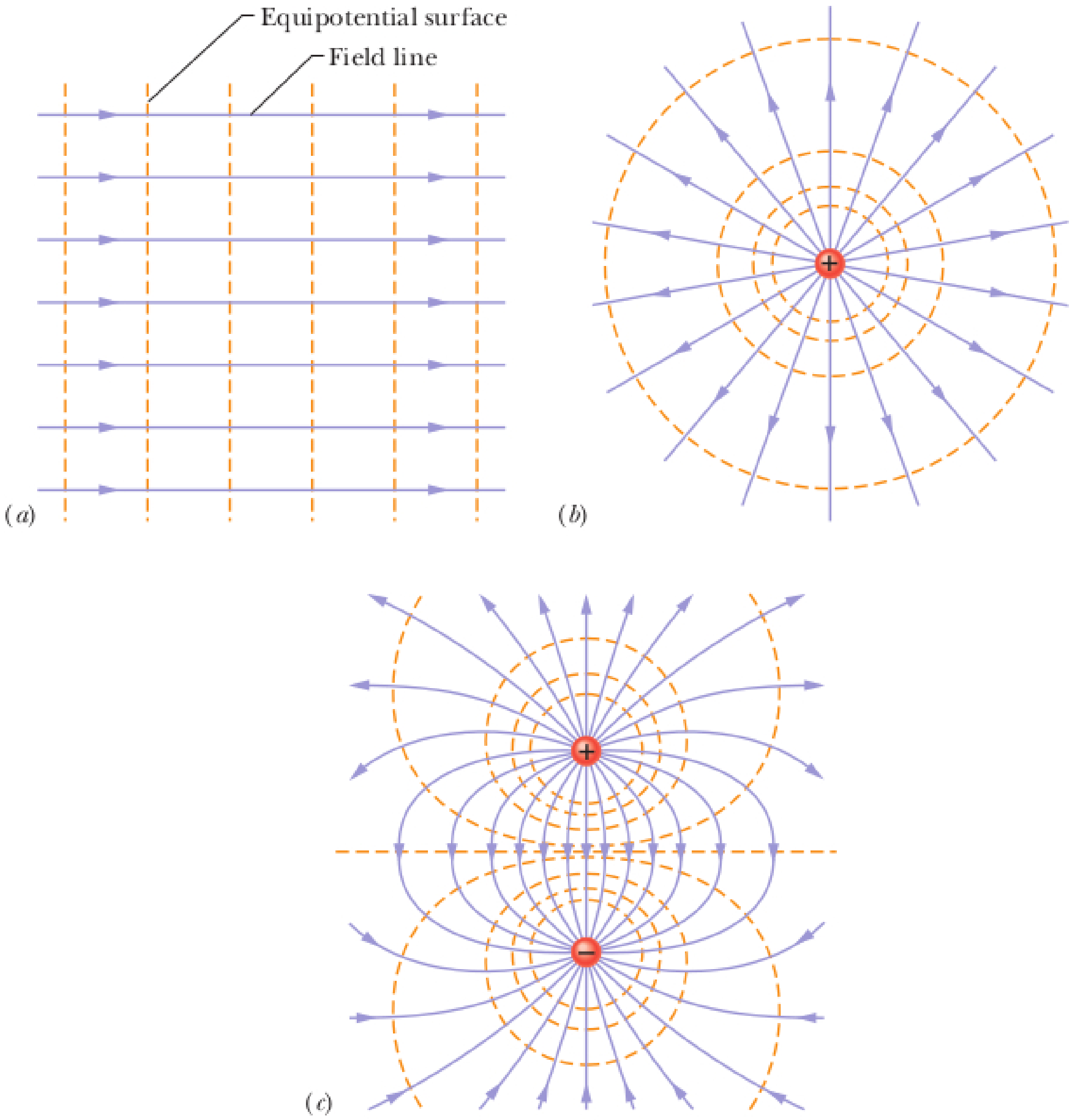
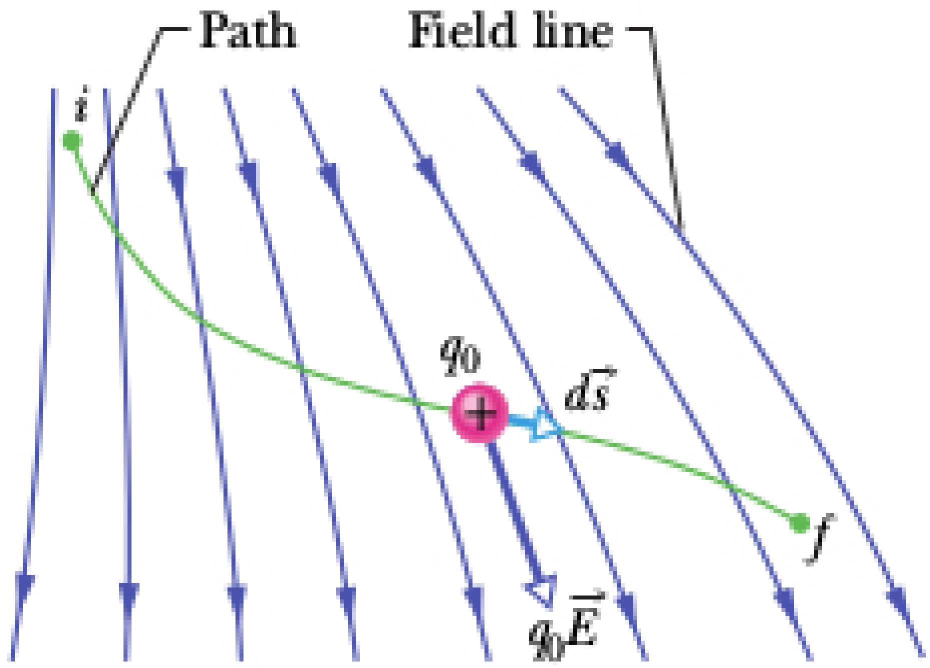
Električna potencijalna energija: primjer

Čestice kozmičkih zraka u Zemljinoj atmosferi izbacuju elektrone iz molekula. Na oslobođeni elektron djeluje elektrostatska sila od električnog polja koje su u atmosferi stvorile nabijene čestice otprije prisutne na Zemlji. U blizini Zemljine površine električno polje ima iznos 150 N/C a usmjereno je prema dolje. Kolika je promjena električne potencijalne energije oslobođenog elektrona kad ga elektrostatska sila pomakne vertikalno prema gore za pomak 520m?

Ekvipotencijalne plohe



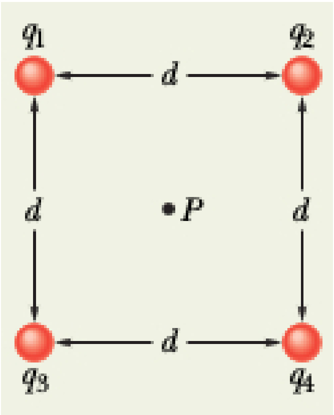
Izračunavanje potencijala iz električnog polja



$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

Potencijal od više točkastih naboja: primjer

Koliki je električni potencijal u točki P koja se nalazi u središtu kvadrata, na čijim vrhovima se nalaze točkasti naboji kao što je prikazano na slici? Udaljenost $d=1.3m$, a naboji su $q_1=+12nC$, $q_2=-24nC$, $q_3=+31nC$, $q_4=+17nC$.



Analogija: gravitacija - elektricitet

	masa M	naboj q (+-)
stvara	$\vec{\mathbf{g}} = -G\dfrac{M}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$	$\vec{\mathbf{E}} = k_e\dfrac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$
djeluje na	$\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}}$	$\vec{\mathbf{F}}_E = q\vec{\mathbf{E}}$

ovako se najlakše zamišlja polje

Potencijalna energija i potencijal u gravitaciji

* gravitacijska sila na *m* od *M*

$$\vec{\mathbf{F}}_g = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

* rad koji učini sila gravitacije pomičući *m* od A do B

$$\boxed{W_g = \int_A^B \vec{\mathbf{F}}_\mathrm{g} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}}}$$

integral po putu

Rad koji učini Zemljina gravitacija

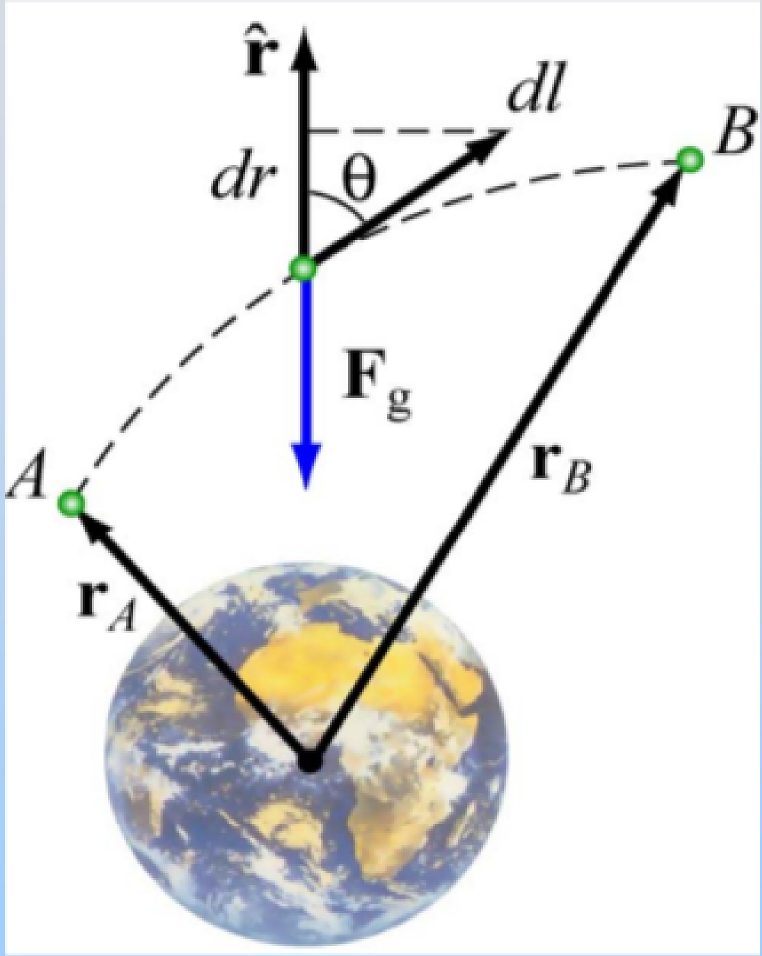
* rad koji učini gravitacija pomičući *m* od A do B

$$W_g = \int \vec{\mathbf{F}}_g \cdot d\,\vec{\mathbf{s}}$$

$$= \int_A^B \left(-\frac{GMm}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \right) \cdot \left(dr\,\hat{\mathbf{r}} + r\,d\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}} \right)$$

$$= \int_{r_A}^{r_B} -\frac{GMm}{r^2}\,dr \quad = \left[\frac{GMm}{r} \right]_{r_A}^{r_B}$$

$$= GMm\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

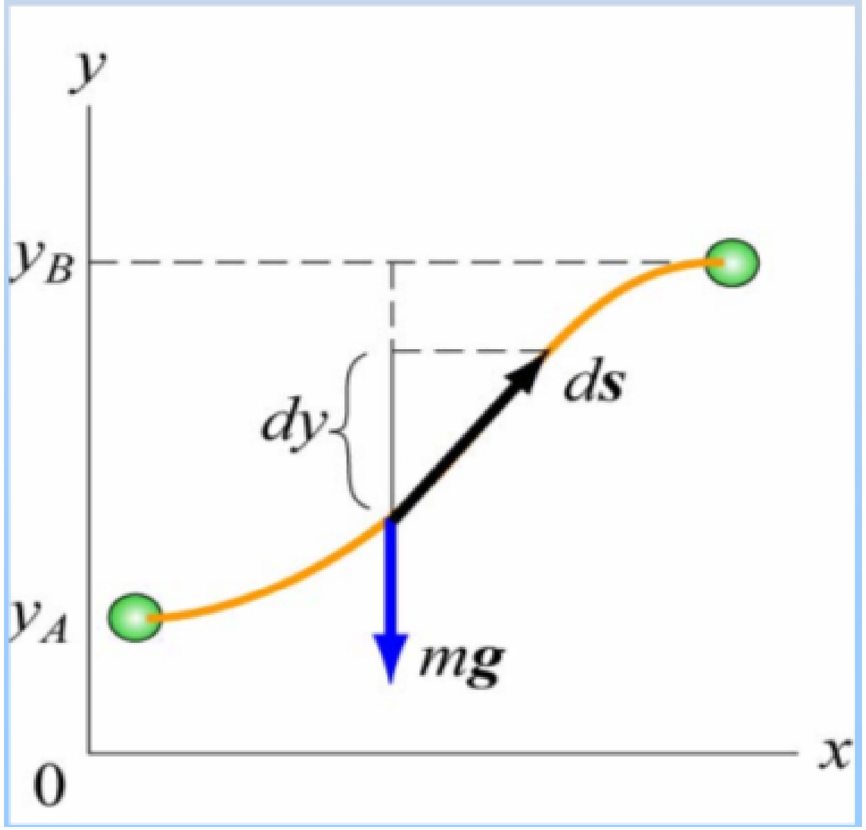


Rad u blizini Zemljine površine

* G je odprilike konstantan

$$\vec{\mathbf{g}} \approx -\frac{GM}{r_E^{\,2}}\hat{\mathbf{y}} = -g\hat{\mathbf{y}}$$

* rad koji učini gravitacija pomičući *m* od A do B



$$W_g = \int \vec{\mathbf{F}}_g \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} = \int_A^B \left(-mg\hat{\mathbf{y}}\right)\cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

$$= -\int_{yA}^{y_B} mg\,dy = -mg(y_B - y_A)$$

W_g ovisi samo o krajnjim točkama, a ne o putu kojim se išlo → konzervativna sila

Potencijalna energija [J]

$$\boxed{\Delta U_g = U_B - U_A = -\int_A^B \vec{\mathbf{F}}_g \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} = -W_g = +W_{ext}}$$

$$(1) \quad \vec{\mathbf{F}}_g = -\frac{GMm}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \quad \rightarrow \quad U_g = -\frac{GMm}{r} + U_0$$

$$(2) \quad \vec{\mathbf{F}}_g = -mg\hat{\mathbf{y}} \quad \rightarrow \quad U_g = mgy + U_0$$

* U_0 je konstanta koja ovisi o točki gledišta

* samo potencijalna razlika ΔU ima fizikalno značenje

Gravitacijski potencijal [J/kg]

* razlika gravitacijskog potencijala

$$\boxed{\Delta V_g = \frac{\Delta U_g}{m} = -\int_A^B (\vec{\mathbf{F}}_g / m) \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} = -\int_A^B \vec{\mathbf{g}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}}}$$

$$\underbrace{\vec{\mathbf{F}}_g}_{\text{sila}} \rightarrow \underbrace{\vec{\mathbf{g}}}_{\text{polje}}\,,\ \underbrace{\Delta U_g}_{\text{energija}} \rightarrow \underbrace{\Delta V_g}_{\text{potencijal}}$$

Analogija gravitacije i elektrostatike

masa *M* | naboj q (+-)

$$\vec{\mathbf{g}} = -G\frac{M}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad \vec{\mathbf{E}} = k_e\frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

$$\vec{\mathbf{F}}_g = m\vec{\mathbf{g}} \qquad \vec{\mathbf{F}}_E = q\vec{\mathbf{E}}$$

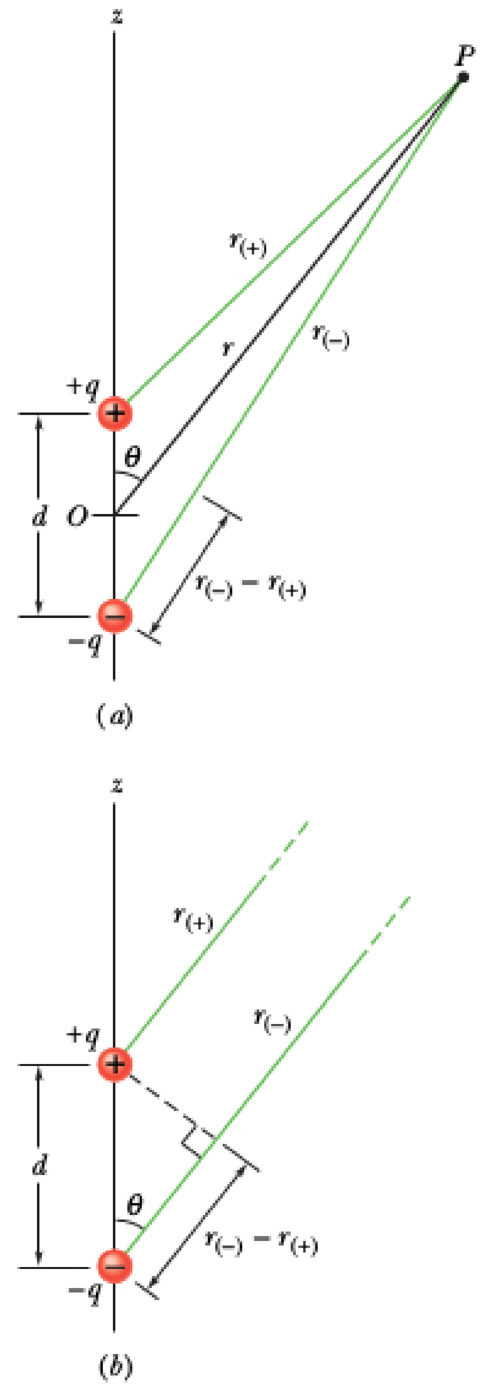
* obje sile su konzervativne

$$\Delta V_g = -\int_A^B \vec{\mathbf{g}}\cdot d\,\vec{\mathbf{s}} \qquad \Delta V = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}}\cdot d\,\vec{\mathbf{s}}$$

$$\Delta U_g = -\int_A^B \vec{\mathbf{F}}_g\cdot d\,\vec{\mathbf{s}} \qquad \Delta U = -\int_A^B \vec{\mathbf{F}}_E\cdot d\,\vec{\mathbf{s}}$$

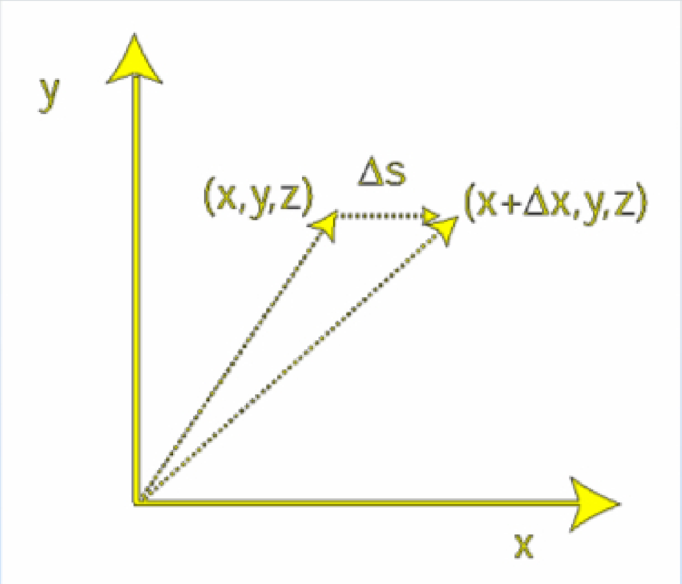
Potencijal električnog dipola

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p \cos\theta}{r^2}$$



Dobivanje električnog polja iz potencijala

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}}$$



A = (x,y,z), B=(x+Δx,y,z)

$$\Delta\vec{\mathbf{s}} = \Delta x\,\hat{\mathbf{i}}$$

$$\Delta V = -\int_{(x,y,z)}^{(x+\Delta x,y,z)} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} \;\cong -\vec{\mathbf{E}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{s}} = -\vec{\mathbf{E}} \cdot (\Delta x\,\hat{\mathbf{i}}) = -E_x \Delta x$$

$$\boxed{E_x \cong -\frac{\Delta V}{\Delta x} \rightarrow -\frac{\partial V}{\partial x}}$$

E_x je promjena u V pri čemu su y i z konstantni

Dobivanje električnog polja iz potencijala

* ako uzmemo sve tri dimenzije

$$\vec{\mathbf{E}} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\mathbf{i}} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\mathbf{j}} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{\mathbf{k}} \right)$$

$$= -\underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{\mathbf{i}} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\mathbf{j}} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{\mathbf{k}} \right)}_{\text{gradijent}} V$$

$$\boxed{\vec{\mathbf{E}} = -\nabla V}$$

$$\nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x}\hat{\mathbf{i}} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\mathbf{j}} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{\mathbf{k}}$$

Izračunavanje ***E*** iz *V*: primjer

Električni potencijal na bilo kojoj točki središnje osi jednoliko nabijenog diska dan je kao:

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{z^2 + R^2} - z\right)$$

Počevši od ovog izraza izvedite izraz za električno polje na bilo kojoj točki osi diska.

Potencijal i energija

$$\boxed{\Delta V \equiv -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}}}$$

[Joules/Coulomb] = [Volt]

* rad učinjen da se pomakne *q* od A do B

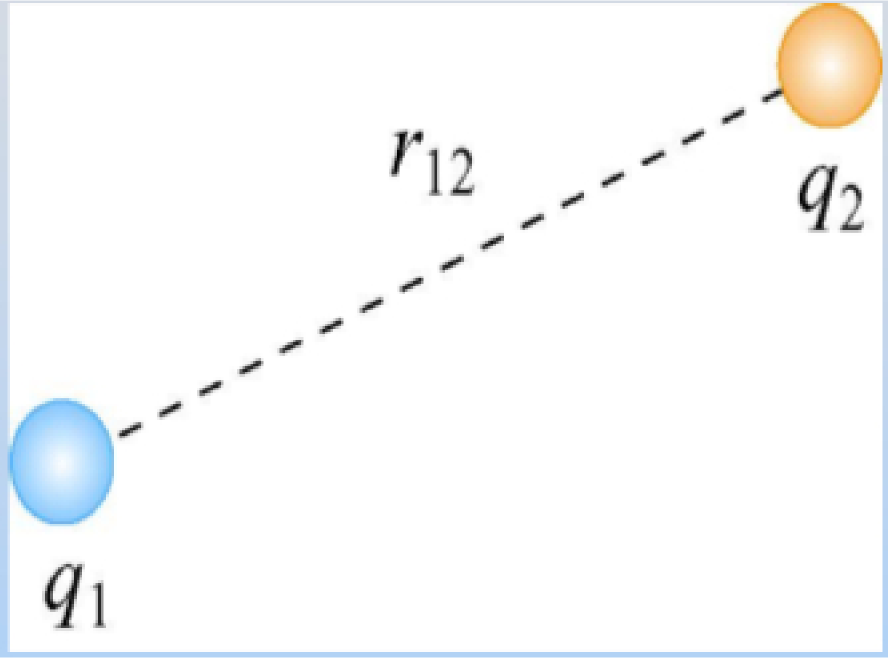
$$W_{ext} = \Delta U = U_B - U_A$$

$$= q\Delta V \qquad \text{Joules}$$

Energija konfiguracije

* Koliko energije je potrebno da bi se dva naboja dovela u ovakvu konfiguraciju?

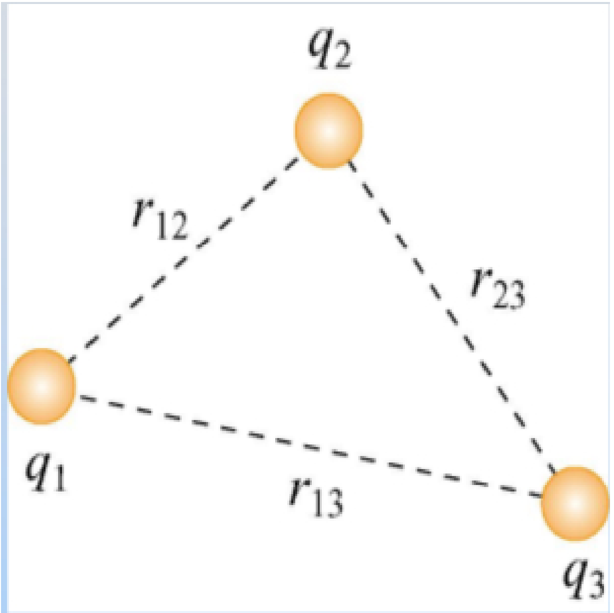
1.) prvi naboj je slobodan
2.) drugi naboj vidi prvi



$$U_{12} = W_2 = q_2 V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

Energija konfiguracije

* Koliko energije je potrebno da bi se tri naboja dovela u ovakvu konfiguraciju?



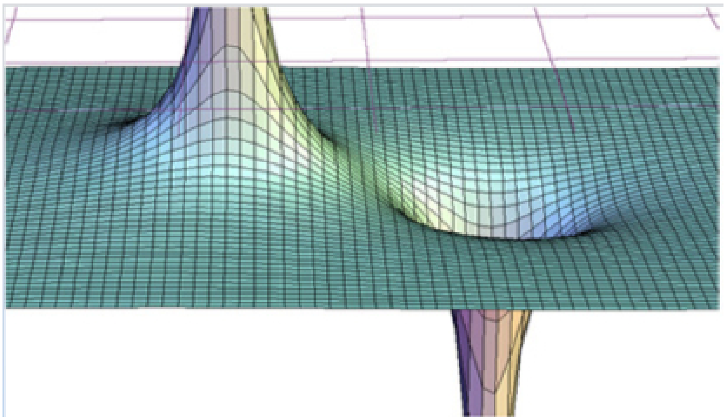
1.) treba znati kako riješiti prva dva
2.) dovede se treći naboj

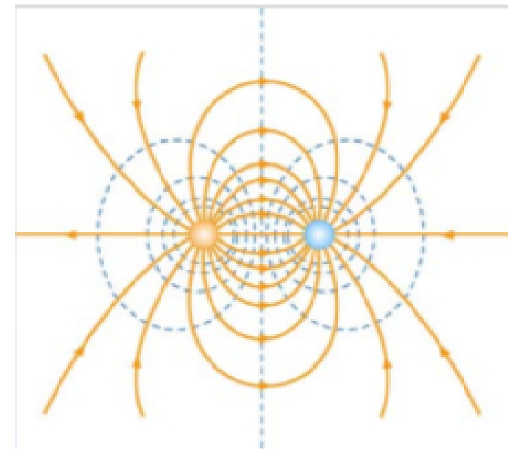
$$W_3 = q_3\left(V_1 + V_2\right) = \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}}\right)$$

* ukupna konfiguracijska energija

$$U = W_2 + W_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right) = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

Nastanak električnog polja i potencijala





* točkasti naboj *q* stvara polje i potencijal oko sebe:

$$\vec{\mathbf{E}} = k_e \frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}; \;\; V = k_e \frac{q}{r}$$

* za sustav naboja koristimo superpoziciju

* polje i potencijal povezani su kao:

$$\vec{\mathbf{E}} = -\nabla V; \;\; \Delta V \equiv V_B - V_A = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}}$$

Efekti električnog polja i potencijala

* stavimo nabijenu česticu, *q*, u polje:

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$$

* da bismo pomaknuli nabijenu česticu, *q*, u polju:

$$W = \Delta U = q\Delta V$$