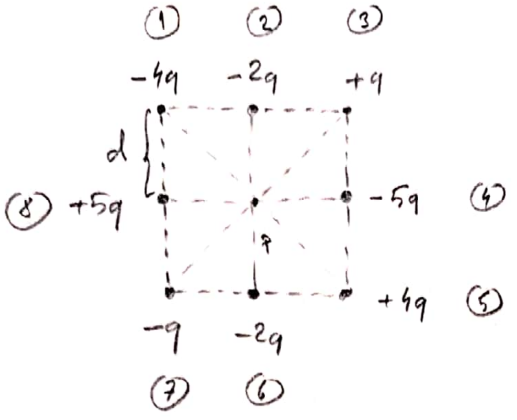
① $V_p = ?$



U TOČKI P VEKTORI ELEKTRIČNOG POLJA NABOJA 1 i 5, 3 i 7 TE 4 i 8 SE UKINU! (POGLEDATI PRIMJERE IZ AV 3 ZA DETALJNIJU SKICU SLIČNOG PROBLEMA)

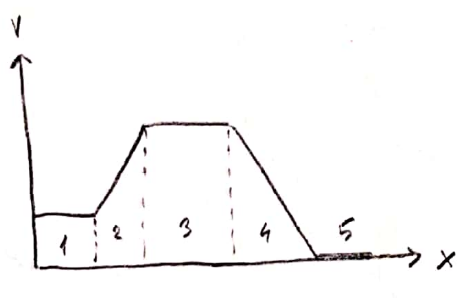
ELEKTRIČNO POLJE U TOČKI P STVARAJU NABOJI 2 i 6, A TIME I ELEKTRIČNI POTENCIJAL.

$$V = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

- IZRAZ ZA EL. POTENCIJAL, GDJE JE r UDALJENOST NABOJA OD TOČKE U KOJOJ MJERIMO POTENCIJAL

$$V_P = \frac{-2q}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{-2q}{4\pi\varepsilon_0 d} = \boxed{\frac{-4q}{4\pi\varepsilon_0 d}}$$

②



$|\vec{E}_x| = ?$

$E = -\frac{dV(x)}{dx}$ ŠTO ZNAČI DA ĆE JAKOST POLJA BITI VEĆA ŠTO JE VEĆI NAGIB KRIVULJE $V(x)$ (DEFINICIJA DERIVACIJE!)

a) $2 > 4 > \overbrace{1 = 3 = 5}^{E = 0!}$

b) LIJEVO (NEGATIVNO)

c) DESNO (POZITIVNO)

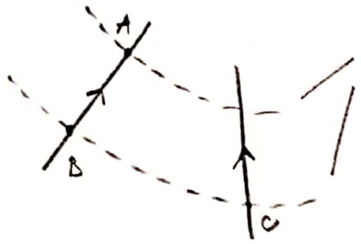
(3) $\Delta V = 1{,}2 \cdot 10^{9}\,V$

$\Delta U = ?$

$$\Delta U = q\Delta V = e\Delta V$$

$$\Delta U = 1e \cdot 1{,}2 \cdot 10^{9}\,V = 1{,}2 \cdot 10^{9}\,eV$$

(4)



LINIJE ISTOG POTENCIJALA V

$W_{AB} = 3{,}94 \cdot 10^{-19}\,J$

e

ΔV_{BA}, ΔV_{CA}, $\Delta V_{CB} = ?$

$$\Delta V_{BA} = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-W}{-e} = \frac{W}{e}$$

– $\Delta U = W$ JER JE PROMJENA ENERGIJE JEDNAKA OBAVLJENOM RADU

$$\Delta V_{BA} = 2{,}46\,V$$

$$\Delta V_{CA} = \Delta V_{BA} = 2{,}46\,V$$

– POTENCIJALNA ENERGIJA I PROMJENA POTENCIJALA OVISE SAMO O POČETNOJ I KONAČNOJ TOČCI, A NE O PUTANJI IZMEĐU NJIH (KAO I RAD KONZERVATIVNIH SILA)

$$\Delta V_{CB} = 0$$

– JER SU TOČKE B I C NA ISTOM POTENCIJALU, PA JE NJIHOV $\Delta V = 0$!

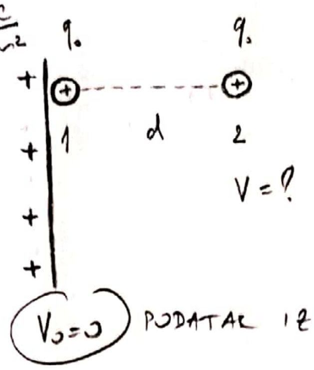
5

$\sigma = 5{,}8 \ pC/m^2 = 5{,}8 \cdot 10^{-12} \ \frac{C}{m^2}$

$q_0 = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$

$d = 3{,}56 \ cm = 3{,}56 \cdot 10^{-2} \ m$

$W = ? \quad V = ?$



PODATAK IZ ZADATKA!

$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F d \underbrace{\cos \vartheta}_{\cos 0^\circ = 1} = F_E \cdot d \quad (1)$ - DEFINICIJA RADA, GDJE JE ϑ KUT IZMEĐU VEKTORA $\vec{F}$ i $\vec{d}$

$F_E = q_0 E \quad (2)$ - DEFINICIJA ELEKTRIČNE SILE

$(2) \rightarrow (1)$

$W = q_0 E d \quad (3)$

$E = \frac{\sigma}{2 \varepsilon_0} \quad (4)$ - JAKOST ELEKTRIČNOG POLJA RAVNE TANKE PLOČE

$(4) \rightarrow (3)$

$W = q_0 \frac{\sigma}{2 \varepsilon_0} d$

a) $W = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \ \frac{5{,}8 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} \ 0{,}0356 = 1{,}87 \cdot 10^{-21} J$

b)

$\Delta V = V - V_0 = V$

$\Delta V = \frac{-W}{q_0} \Rightarrow V = \frac{-W}{q_0}$

$V = \frac{-1{,}87 \cdot 10^{-21}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = -1{,}17 \cdot 10^{-2} V$

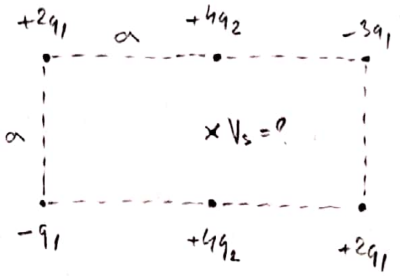
(6)

$a = 39 \text{ cm} = 39 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$q_1 = 3{,}4 \text{ pC} = 3{,}4 \cdot 10^{-12} \text{ C}$

$q_2 = 6 \text{ pC} = 6 \cdot 10^{-12} \text{ C}$

$V_s = ?$



SUMA NABOJA SMJEŠTENIH U VRHOVE JE

$$+2q_1 + (-q_1) + (-3q_1) + 2q_1 = 0$$

PA JE NJIHOV DOPRINOS POTENCIJALU U SREDIŠTU TAKOĐER NULA.

PREOSTAJE $4q_2$ i $4q_2$ KOJI SU ZA $a/2$ UDALJENI OD SREDIŠTA:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

$$V_s = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{4q_2}{a/2} + \frac{4q_2}{a/2} \right) = \frac{16 q_2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

$$V_s = \frac{16 \cdot 6 \cdot 10^{-12}}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 0{,}39} = 2{,}21 \text{ V}$$

(7)

$q = 5 \text{ fC} = 5 \cdot 10^{-15} \text{ C}$

$d = 4 \text{ cm} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$V_P = ?$

POTENCIJAL U P JE SUMA DOPRINOSA POTENCIJALA OD SVIH NABOJA. ONI SU ISTOG IZNOSA, A RAZLIKUJU SE PO UDALJENOSTI OD TOČKE P.

$$V_P = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_i}{r_i}$$

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left\{ \frac{+q}{d} + \frac{+q}{d} + \frac{-q}{d} + \frac{-q}{2d} \right\} = \frac{q}{8\pi\varepsilon_0 d}$$

$$V_P = \frac{5 \cdot 10^{-15}}{8\pi\varepsilon_0 \, 4 \cdot 10^{-2}} = 5{,}62 \cdot 10^{-4} \text{ V}$$

(8) $p = 1{,}47\ D = 1{,}47 \cdot 3{,}34 \cdot 10^{-30}\ Cm$

$d = 52\ nm = 52 \cdot 10^{-9}\ m$

$V = ?$

ELEKTRIČNI POTENCIJAL ŠTO GA STVARA DIPOL, NA UDALJENOST r OD DIPOLA:

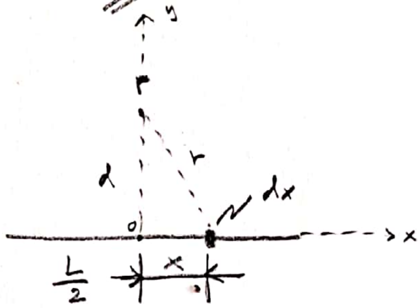
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{p}{r^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1{,}47 \cdot 3{,}34 \cdot 10^{-30}}{52 \cdot 10^{-9}} = 1{,}63 \cdot 10^{-5}\ V$$

(9) $L = 6 \cdot 10^{-2}\ m$ $\quad d = 8 \cdot 10^{-2}\ m$

$\lambda = 3{,}68 \cdot 10^{-12}\ C$

$V_p = ?$



$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r} \quad (1)$$

$$dq = \lambda\, dx \quad (2)$$

$(2), (3) \rightarrow (1)$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\lambda\, dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}}$$

- dx KOMADIĆ ŠTAPA KOJI U P STVARA POTENCIJAL dV JER NOSI NABOJ dq
- r UDALJENOST dx OD P
- x UDALJENOST dx OD ISHODIŠTA
- d UDALJENOST P OD ISHODIŠTA

IZ SKICE:

$$r = (x^2 + d^2)^{1/2} \quad (3)$$

GRANICE INTEGRALA SU OD 0 DO $\frac{L}{2}$ (RAČUNAMO POTENCIJAL OD JEDNE POLOVICE ŠTAPA !!)

$$V_{\frac{L}{2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{\lambda\, dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}}$$

⇝ NABOJ dq JE POZITIVAN U 1. SLUČAJU PA ĆE I POTENCIJAL BITI POZITIVAN

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \ln\left(x + (x^2 + d^2)^{1/2}\right)\Big|_0^{\frac{L}{2}} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \ln\left(\frac{L/2 + \sqrt{L^2/4 + d^2}}{d}\right)$$

DOBILI SMO POTENCIJAL OD JEDNE POLOVICE ŠTAPA, DRUGA POLOVICA ŠTAPA JE TAKOĐER POZITIVNO NABIJENA, A ZBOG SIMETRIJE ŠTAPA POTENCIJAL IMA ISTI IZRAZ:

$$V_p = +V_{\frac{1}{2}} + V_{\frac{1}{2}} = 2\,V_{\frac{1}{2}}$$

a) $$V_p = 2 \cdot \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \ln\left\{ \frac{\frac{L}{2} + \sqrt{\frac{L^2}{4} + d^2}}{d} \right\}$$

$$V_p = 2{,}43 \cdot 10^{-2}\,V$$

b) U DRUGOM SLUČAJU JEDNA POLOVICA ŠTAPA NABIJENA JE NEGATIVNIM NABOJEM, PA ĆE NJEZIN DOPRINOS POTENCIJALU BITI $-V_{\frac{1}{2}}$. ZBOG SIMETRIJE ŠTAPA, IZRAZ JE ISTI

$$V_p'' = \underbrace{+V_{\frac{1}{2}}}_{\text{POZITIVNA POLOVICA}} + \underbrace{\left(-V_{\frac{1}{2}}\right)}_{\text{NEGATIVNA POLOVICA}} = 0\,V$$

(10) $V = (2\,\frac{V}{m^2})x^2 - (3\,\frac{V}{m^2})y^2$

$\vec{E}(3,2) = ?$

KOMPONENTE ELEKTRIČNOG POLJA MOGU SE ODREDIT

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad i \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$ ⇝ PARCIJALNA DERIVACIJA :

⇒ DERIVIRAŠ SAMO ŠTO JE VARIJABLA, OSTALO TRETIRAŠ KAO KONSTANTU

$$E_x = -\frac{\partial}{\partial x}\left\{(2\,\frac{V}{m^2})x^2 - (3\,\frac{V}{m^2})y^2\right\} = -2(2\,\frac{V}{m^2})x$$

$$E_y = -\frac{\partial}{\partial y}\left\{(2\,\frac{V}{m^2})x^2 - (3\,\frac{V}{m^2})y^2\right\} = +2(3\,\frac{V}{m^2})y$$

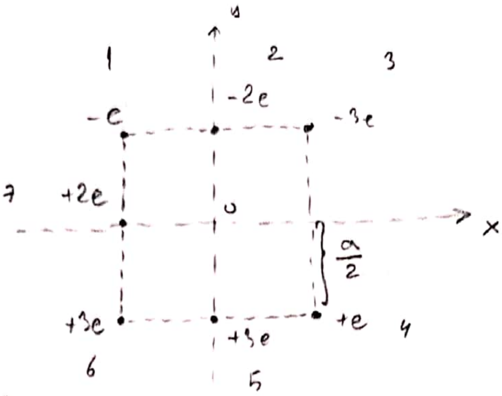
u $x = 3m$ i $y = 2m$

$$\vec{E} = -2\cdot2\cdot3\,\hat{i} + 2\cdot3\cdot2\,\hat{j} = -12\,\hat{i} + 12\,\hat{j}$$

(11) $a = 4\ cm = 4 \cdot 10^{-2}\ m$

$q = 6e$

$W = ?$



$q = +6e$

NABOJ KOJEG SE DOVODI IZ ∞!

$W = q\Delta V$ RAD JE PROPORCIONALAN RAZLICI POTENCIJALA

NABOJI KOJI TVORE KVADRAT!

$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{r}$ DEFINICIJA POTENCIJALA, GDJE JE $r = \frac{a}{2}$

* POTENCIJAL U BESKONAČNOSTI JE $V_1 = 0$
* POTENCIJAL U ISHODIŠTU JE $V_2 = \sum V_i$

- EL. POLJA OD NABOJA 1 i 4 TE 3 i 6 SE UKINU U SREDIŠTU
- POTENCIJAL U SREDIŠTU STVARAJU NABOJI 2, 7 i 5 :

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{q_2 + q_7 + q_5}{r}\right\} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{-2e + 3e + 2e}{\frac{a}{2}}\right\}$$

$$\Rightarrow W = q(V_2 - V_1) = q(V_2 - 0) = qV_2$$

$$W = 6e \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{3e}{\frac{a}{2}} = 2{,}1 \cdot 10^{-25}\ J$$

Scanned with CamScanner

(12)

R_1

$R_2 = 2R_1$

q

---

a) NABOJI SE GIBAJU DOK GOD POSTOJI RAZLIKA POTENCIJALA. NAKON NEKOG VREMENA OD SPAJANJA SFERA ŽICOM, NABOJI ĆE SE RAVNOMJERNO RASPOREDITI PO SFERAMA I

$$V_1 = V_2$$

b) $V_1 = \dfrac{q_1}{4\pi \varepsilon_0 R_1}$ → NABOJ NA PRVOJ SFERI NAKON RAVNOTEŽE

$V_2 = \dfrac{q_2}{4\pi \varepsilon_0 2R_1}$ → NABOJ NA DRUGOJ SFERI NAKON RAVNOTEŽE

$q_1 + q_2 = q$ → UKUPNI NABOJ (POČETNI NABOJ NA PRVOJ SFERI)

$$V_1 = V_2$$

$$\frac{q_1}{\cancel{4\pi \varepsilon_0 R_1}} = \frac{q_2}{\cancel{4\pi \varepsilon_0} 2R_1}$$

$$q_1 = \frac{q_2}{2} = \frac{q - q_1}{2} \quad \Rightarrow \quad b)\ \frac{q_1}{q} = \frac{1}{3}$$

$$c)\ \frac{q_2}{q} = \frac{2}{3}$$

Scanned with CamScanner