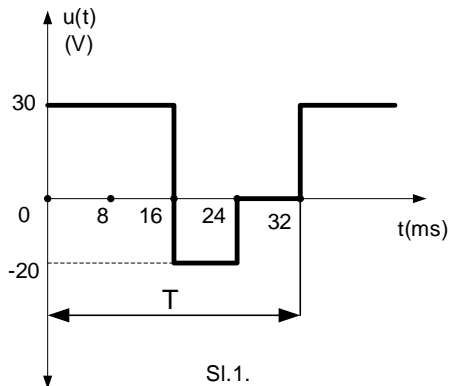


OET2-S KZI PONAVLJANJE

1. Za zadani valni oblik napona prikazanog na Slici 1. Odrediti efektivnu i srednju ispravljenu vrijednost napona.



Efektivna vrijednost napona:

$U_e = \text{-----}(V)$ (10 bodova)

Srednja ispravljena vrijednost napona:

$|U_s| = \text{-----}(V)$ (10 bodova)

RJEŠENJE

Podaci:

Perioda: $T=32$ (ms);

Valni oblik je sastavljen od dva pravokutna signala

Prvi signal: $T_1 = 16$ (ms); amplituda: $U_{m1}=30$ (V)

Drugi signal: $T_2=8$ (ms); amplituda: $U_{m2} = -20$ (V)

a) Efektivna vrijednost:

Treba naći efektivne vrijednosti svakog signala posebno

Efektivna vrijednost prvog signala:

Kako se radi o pravokutnom obliku izraz za efektivnu vrijednost glasi:

$$U_{e1} = |U_{m1}| \cdot \sqrt{\frac{T_1}{T}} = 30 \cdot \sqrt{\frac{16}{32}} = 21,21(V)$$

Istim postupkom efektivna vrijednost za drugi signal iznosi:

$$U_{e2} = |U_{m2}| \cdot \sqrt{\frac{T_2}{T}} = 20 \cdot \sqrt{\frac{8}{32}} = 10(V)$$

Ukupna efektivna vrijednost valnog oblika je:

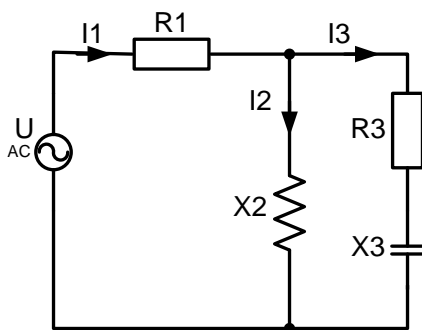
$$U_e = \sqrt{(U_{e1})^2 + (U_{e2})^2} = \sqrt{(21,21)^2 + (10)^2} = \mathbf{23,45(V)}$$

b) Srednja ispravljena vrijednost:

Srednja ispravljena vrijednost je zbroj apsolutnih vrijednosti površina svakog signala podjeljenih periodom valnog oblika:

$$|U_s| = \frac{|U_{m1} \cdot T_1| + |U_{m2} \cdot T_2|}{T} = \frac{|30 \cdot 16| + |-20 \cdot 8|}{32} = 20(V)$$

2. Zadana je mreža (Slika 2.) kojoj je $R_1 = 5 \Omega$; $R_3 = 6 \Omega$; $X_2 = 10 \Omega$; $X_3 = 8 \Omega$ i $I_3 = 10 A$, Naći prividnu S, radnu P i jalovu Q snagu.



Sl. 2.

$$S = \text{-----}(A) \quad (10 \text{ bodova})$$

$$P = \text{-----}(A) \quad (10 \text{ bodova})$$

$$Q = \text{-----}(A) \quad (10 \text{ bodova})$$

RJEŠENJE:

Podaci:

$R_1 = 5 \Omega$; $R_3 = 6 \Omega$; $X_2 = 10 \Omega$; $X_3 = 8 \Omega$ i $I_3 = 10 A$,

Kako je struja I_3 dana u efektivnim vrijednostima možemo je staviti da je pod kutom od 0 stupnjeva

Napon na grani R_3 i X_3 :

$$\underline{U}_3 = \underline{I}_3 \cdot (R_3 - jX_3) = 10 / 0^\circ \cdot (6 - j8) = 60 - j80(V)$$

Struja I2 kroz X2:

$$I_2 = U_3 \cdot -jX_2 = -8 - j6$$

Struja I1:

$$I_1 = I_2 + I_3 = 10 - 8 - j6 = 2 - j6 \text{ (A)}$$

Napon U1 na otporu R1:

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = (2 - j6) \cdot 5 = 10 - j30 \text{ (V)}$$

Napon Izvora:

$$U = U_1 + U_3 = 10 - j30 + 60 - j80 = 70 - j110 \text{ (V)}$$

Prividna snaga izvora:

$$S = U \cdot I_1^* = 130,38 / -57,52^\circ \cdot 6,32 / 71,56^\circ = 824,62 / 14,03^\circ = \mathbf{800 + j200 \text{ (VA)}}$$

$$S = P + jQ$$

Radna snaga:

$$\mathbf{P = 800 \text{ (W)}}$$

Jalova snaga:

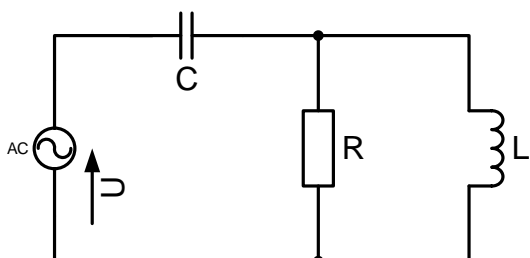
$$\mathbf{Q = 200 \text{ (Var), (induktivna)}}$$

Ili preko struja i otpora:

$$P = I_1^2 \cdot R_1 + I_3^2 \cdot R_3 = \mathbf{800 \text{ (W)}}$$

$$Q = I_2^2 \cdot jX_2 - I_3^2 \cdot jX_3 = \mathbf{200 \text{ (Var)}}$$

3. Odrediti rezonantnu frekvenciju u krugu prema Slici 3 gdje je: $L = 0,002 \text{ H}$, $C = 625 \mu\text{F}$ $R = 4 \Omega$



$f_0 = \dots \dots \dots$ (Hz) (20 bod)

SLIKA 3

RJEŠENJE

Podaci:

>> $L=0.002$; $C=625e-6$; $R=4$;

Nađimo ukupnu impedanciju kruga.

$$Z_{RL} = \frac{R \cdot i \cdot XL}{R + i \cdot XL} \quad Z_{RL} = \frac{R \cdot XL^2}{R^2 + XL^2} + i \cdot \frac{R^2 \cdot XL}{R^2 + XL^2}$$
$$Z = \frac{R \cdot XL^2}{R^2 + XL^2} + i \cdot \left(\frac{R^2 \cdot XL}{R^2 + XL^2} - XC \right)$$

Kad je krug u rezonanciji imaginarni dio impedancije je 0:

$$i \cdot \left(\frac{R^2 \cdot XL}{R^2 + XL^2} - XC \right) = 0$$

$$\frac{R^2 \cdot \omega L}{R^2 + (\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C} = 0$$

Iz ovog nađemo kružnu frekvenciju ω :

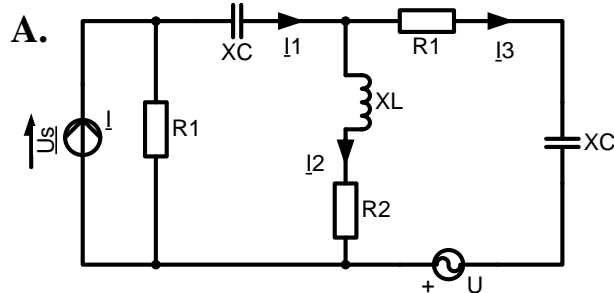
$$\omega = \frac{R}{\sqrt{L \cdot C \cdot R^2 - L^2}} = \frac{4}{\sqrt{0.002 \cdot 625 \cdot 10^{-6} \cdot 4^2 - 0.002^2}} = 1000 (s^{-1})$$

Rezonantna frekvencija f_0 :

$$f_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1000}{2\pi} = 159,15 \text{ (Hz)}$$

4. Metodom konturnih struja odrediti struje I_2 i I_3 u mreži prema Slici 4.

Zadano je: $R_1 = XC = 15 \Omega$, $R_2 = XL = 8 \Omega$, $\underline{U} = 20 \angle 0^\circ \text{ V}$, $\underline{I} = 1.5 \angle 0^\circ$



I_2 (15 bodova)

SLIKA 4

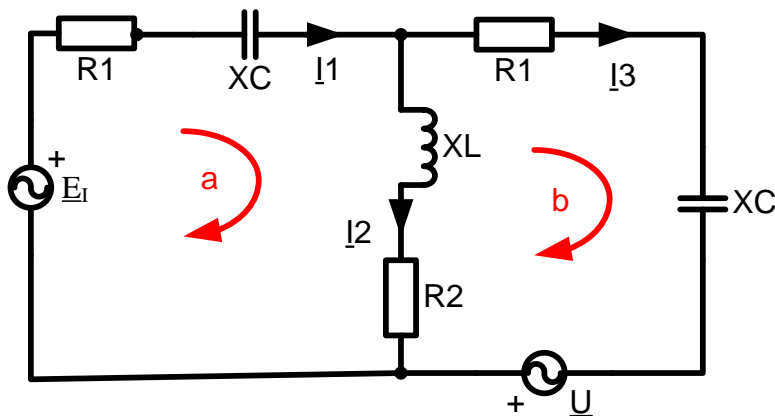
I_3 ----- (15 bodova)

Podaci:

>> $R_1=15 (\Omega)$; $X_C=15 (\Omega)$; $R_2=8 (\Omega)$; $X_L=8 (\Omega)$; $U=20 (V)$; $I=1.5/0^\circ (A)$;

Pretvorimo strujni izvor sa I i R_1 u naponski izvor i dobijemo krug sa 2 petlje:

$$\underline{E}_I = \underline{I} \cdot R_1 = 1,5/0^\circ * 15 = 22,5 (V)$$



Uz zadani smjer obilaženja pišemo jednađbe 2. KZ za svaku petlju metodom konturnih struja:

petlja a:

$$\underline{E}_I - \underline{I}_a \cdot (R_1 - jX_C + jX_L + R_2) + \underline{I}_b \cdot (R_2 + jX_L) = 0$$

Petlja b:

$$\underline{U} - \underline{I}_b \cdot (R_2 + jX_L + R_1 - jX_C) + \underline{I}_a \cdot (R_2 + jX_L) = 0$$

Rješenje sustava dvije linearne jednačbe za \underline{I}_a i \underline{I}_b dobivamo:

$$\underline{I}_a = 0,748 + j0,707 \text{ (A)}; \quad \underline{I}_b = 0,668 + j0,709 \text{ (A)}$$

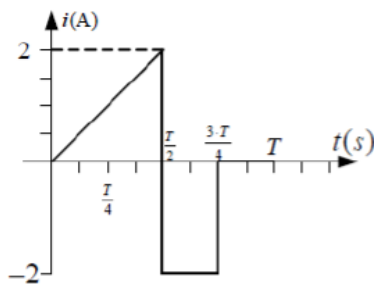
$$\text{Struja } \underline{I}_1 = \underline{I}_a = 0,748 + j0,707 \text{ (A)}$$

Struja \underline{I}_2 jednaka je razlici konturnih struja \underline{I}_a i \underline{I}_b

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_a - \underline{I}_b = 0,0806 - j0,0026 = 0,0806 / -1,84^\circ \text{ (A)}$$

$$\text{Struja } \underline{I}_3 = \underline{I}_b = 0,668 - j0,709 = 0,974 / 46,72^\circ \text{ (A)}$$

AV1-Z6. Izračunati efektivnu vrijednost struje čija je vremenska promjena prikazana slikom 1.5.



Slika 1.5.

(Rješenje: $I_e = 1,29 \text{ (A)}$)

RJEŠENJE:

Podaci:

$$I_{m1} = 2 \text{ (A)}; \quad T_{i1} = T/2; \quad I_{m2} = -2 \text{ (A)}; \quad T_{i2} = T/4;$$

Stavimo da je $T = 1$ (s);

I_m – amplituda signala, T_i – trajanje signala

Valni oblik je sastavljen od dva signala: trokutastog i pravokutnog

Za trokutasti valni oblik efektivna vrijednost može se izračunati skraćenim oblikom:

$$I_{e1} = \frac{|I_{m1}|}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{T_{i1}}{T}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{0,5}{1}} = 0,816 \text{ (A)}$$

Za pravokutni valni oblik prema skraćenom obliku:

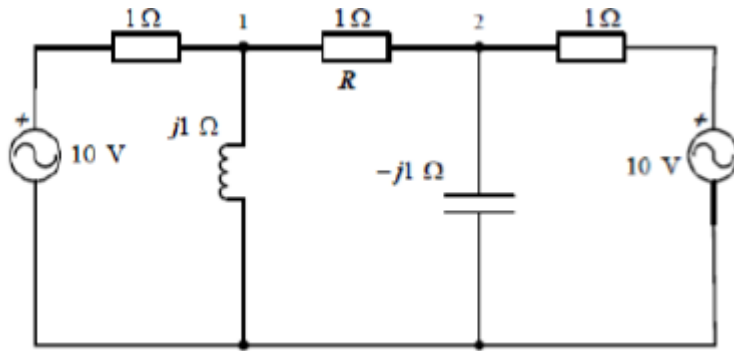
$$I_{e2} = |I_{m2}| \cdot \sqrt{\frac{T_{i2}}{T}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{1/4}{1}} = 1 \text{ (A)}$$

Ukupna efektivna vrijednost je:

$$I_e = \sqrt{(I_{e1})^2 + (I_{e2})^2} = \sqrt{0,816^2 + 1^2} = 1,29 \text{ (A)}$$

KZ2 PONAVLJANJE

1. Potrebno je izračunati struju I_{XC} kroz kondenzator u spoju na Slici 1 *Thevenin*ovim ili *Norton*ovim teoremom (25 bodova).



Slika 1

$$\underline{I}_{XC} = \text{-----} \text{ (A)}$$

RJEŠENJE

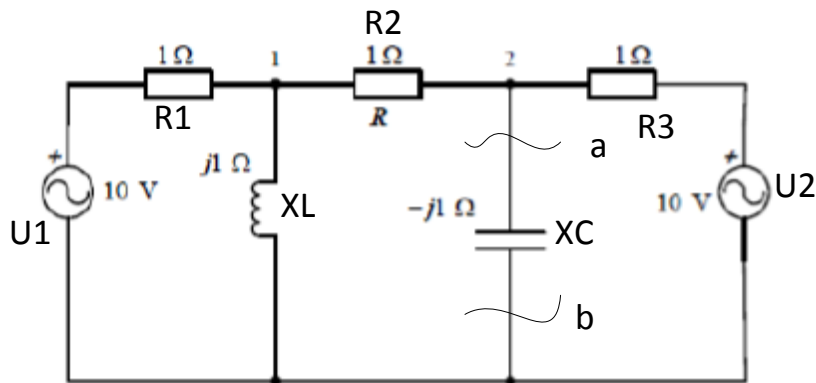
Podaci:

$R_1 = R_2 = R_3 = R = 1 \text{ (}\Omega\text{)}$; $\underline{U}_1 = 10/0^\circ \text{ (V)}$; $X_C = -j \text{ (}\Omega\text{)}$; $\underline{U}_2 = 10 \text{ (V)}$

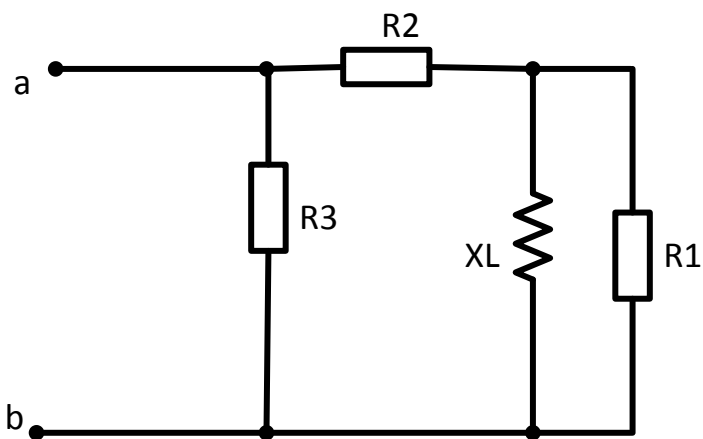
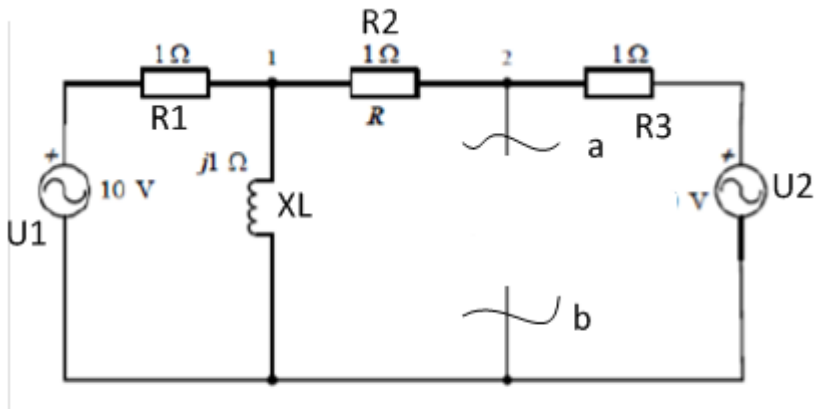
A) THEVENIN

1a) Računanje Thev. impedancije Z_T

Otpojimo kondenzator na mjestu a i b



Računamo imedanciju \underline{Z}_{ab} tako da naponske izvore kratko spojimo



$$\underline{Z}_1 = \frac{R_1 \cdot jX_L}{R_1 + jX_L} = 0,5 + j0,5 (\Omega)$$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_1 + R_2 = 1,5 + j0,5 (\Omega)$$

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_T = \frac{\underline{Z}_2 \cdot R_3}{\underline{Z}_2 + R_3} = 0,615 + j0,077 (\Omega)$$

1b) Računanje Thev. Napona Uab

Vratimo sve izvore u mreži u prijašnje stanje i na otpojenom mjestu računamo Thev. Napon $U_{ab} = U_T$. Kad otpojimo kondenzator imamo mrežu sa dvije petlje gdje napon U_{ab} možemo riješiti metodom konturnih struja:

$$\underline{U}_1 - \underline{I}_a \cdot (R_1 + jX_L) + \underline{I}_b \cdot jX_L = 0$$

$$\underline{U}_2 - \underline{I}_b \cdot (R_2 + R_3 + jX_L) + \underline{I}_a \cdot jX_L = 0$$

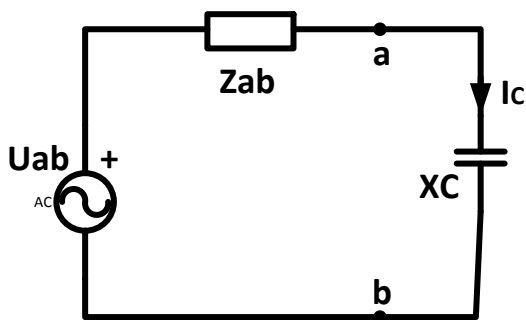
$$\underline{I}_a = 3.0769 - 4.6154i \text{ (A)}$$

$$\underline{I}_b = -1.5385 + 2.3077i \text{ (A)}$$

Konturna struja I_b jednaka je struji kroz R_3 i napon U_2 pa je napon na mjestu ab :

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_T = \underline{I}_b \cdot R_3 + \underline{U}_2 = 8,46 + j2,31 \text{ (V)}$$

1c) Nadomjesna shema sa Thev. Naponom, impedancijom i otpojenog dijela na kraju izgleda prema slici:



Struja kroz kondenzator je:

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_T}{\underline{Z}_T - jX_C} = 2,5 + j7,5 \text{ (A)}$$

B) NORTON

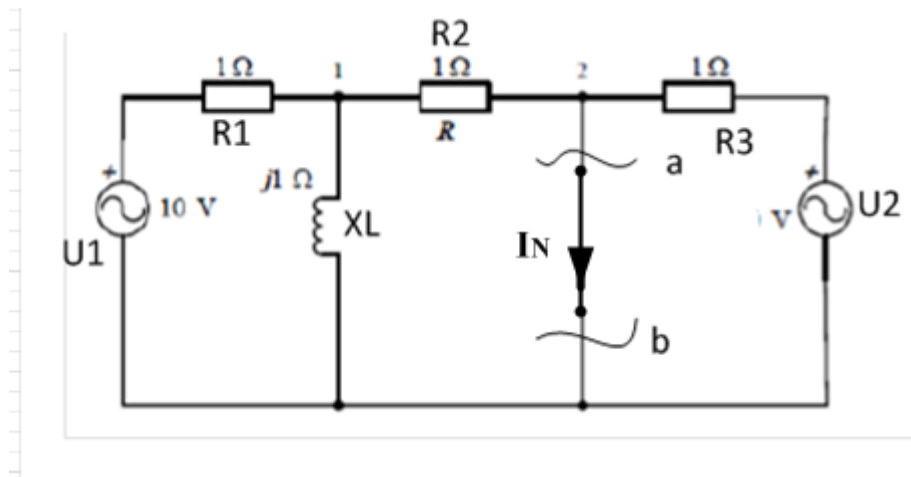
1a) Računanje Nortonove impedancije Z_N ;

Istim postupkom kao kod Thev. Računamo Z_N na mjestu ab i dobivamo da je

$$\underline{Z}_N = \underline{Z}_T = 0.6154 + j0.0769 \text{ (}\Omega\text{)}$$

1b) Računanje Nortonove struje

Sada otpojeno mjesto ab kratko spojimo i kroz takvo spojeno mjesto računamo Nortonovu struju I_n prema slici.



Imamo mrežu sa tri petlje koju možemo riješiti metodom konturnih struja, uzimajući da je pozitivan smjer obilaženja u smjeru kazaljke na satu dobivamo tri jednačbe sa tri nepoznanice za konturne struje I_a , I_b i I_c :

$$\underline{U}_1 - \underline{I}_a \cdot (R_1 + jX_L) + \underline{I}_b \cdot jX_L = 0$$

$$-\underline{I}_b \cdot (R_2 + jX_L) + \underline{I}_a \cdot jX_L = 0$$

$$-\underline{U}_2 - \underline{I}_c \cdot R_3 = 0$$

$$\underline{I}_a = 6 - j2 \text{ (A)}$$

$$\underline{I}_b = 4 + j2 \text{ (A)}$$

$$\underline{I}_c = -10 \text{ (A)}$$

Nortonova struja I_N jednaka je razlici konturnih struja I_b i I_c

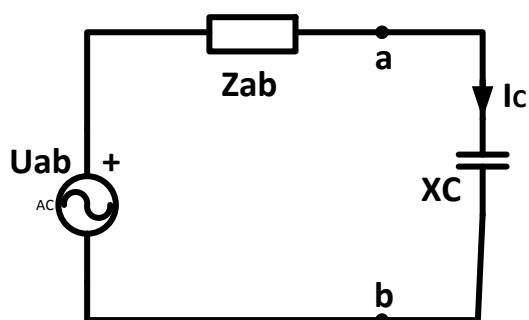
$$\underline{I}_N = \underline{I}_b - \underline{I}_c = 14 + j2 \text{ (A)}$$

1c) Nortonov napon

$$\underline{U}_N = \underline{U}_T = \underline{I}_N \cdot \underline{Z}_N = 8,46 + j2,31 \text{ (V)}$$

1d) Nadomjesna šema Nortonovog spoja

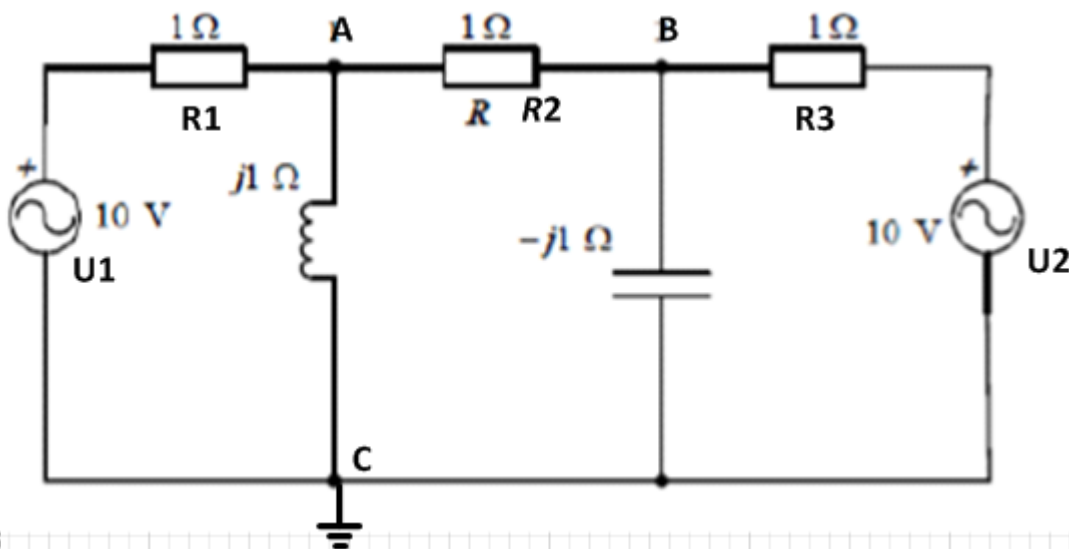
Jednaka je Thev. Nadomjesnoj shemi



$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_N}{\underline{Z}_N - jX_C} = 2,5 + j7,5 \text{ (A)}$$

c) METODA POTENCIJALA ČVOROVA

Kod ove metode jedan čvor proizvoljno uzemljim npr. Čvor C i računamo potencijale u ostalim čvorovima u ovom slučaju V_a V_b . Postupak je sljedeći: polazni čvor je pozitivan a susjedni je negativan i tu razliku potencijala dijelimo sa impedancijom grane, naponi u grani su negativni ako je + pol okrenut prema čvoru u suprotnom je pozitivan, ako u grani imamo zadanu struju ili strujni izvor ona se samo zbroji u jednadžbi s tim da je pozitivna ako izlazi iz čvora a negativna ako ulazi u promatrani čvor.



Na osnovi ovih razmatranja možemo pisati jednadžbe potencijala V_a i V_b za čvorove A i B:

$$V_c = 0$$

$$\frac{V_1 - U_1 - V_3}{R_1} + \frac{V_1 - V_3}{jX_L} + \frac{V_1 - V_2}{R_2} = 0$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_2} + \frac{V_2 - V_3}{-jX_C} + \frac{V_2 - V_3 - U_2}{jX_L} = 0$$

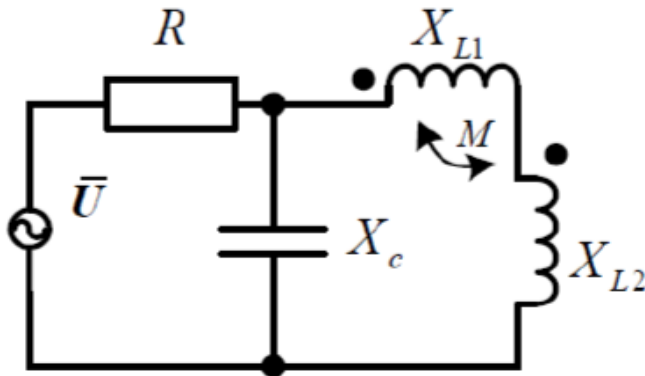
$$\underline{V}_1 = 7,5 - j2,5 \text{ (V)}$$

$$\underline{V}_2 = 7,5 - j2,5 \text{ (V)}$$

Struja kroz kondenzator:

$$\underline{I}_C = \frac{V_2}{-jX_C} = 2,5 + 7,5j \text{ (A)}$$

2. Koliki je napon izvora na Slici 2 ako je snaga otpornika $P_R = 20 \text{ (W)}$? Zadano je $R=30 \text{ (}\Omega\text{)}$, $X_{L1}=20 \text{ (}\Omega\text{)}$, $X_{L2}=5 \text{ (}\Omega\text{)}$; $X_C=15 \text{ (}\Omega\text{)}$, i koeficijent veze $k= 0,5$ (25 bodova).



Slika 2

$$\underline{U} = \dots\dots\dots \text{(V)}$$

RJEŠENJE:

Struju I_1 dobijemo iz snage na otporu R:

$$I_1 = \sqrt{\frac{P_R}{R}} = 0,816 \text{ (A)}$$

Možemo staviti da je: $I_1 = 0,816 \angle 0^\circ \text{ (A)}$

Međuintuktivitet se dobije preko izraza:

$$X_M = k \cdot \sqrt{X_{L1} \cdot X_{L2}} = 5 \text{ (}\Omega\text{)}$$

$X_M = X_{12} = X_{21}$

Zavojnice su spojene suglasno pa će naponi na njima biti istog predznaka kao i njihovi naponi međuintuktiviteta, imamo dvije petlje i tri nepoznanice U , I_2 i I_3 koje možemo riješiti 1. i 2. KZ uz proizvoljno označene smjerove struja imamo:

$$\underline{U} - \underline{I}_1 \cdot R - \underline{I}_2 \cdot (-jX_C) = 0$$

$$\underline{I}_2 \cdot (-jX_C) - \underline{I}_3 \cdot jX_{L1} - \underline{I}_3 \cdot jX_M - \underline{I}_3 \cdot jX_{L2} - \underline{I}_3 \cdot jX_M = 0$$

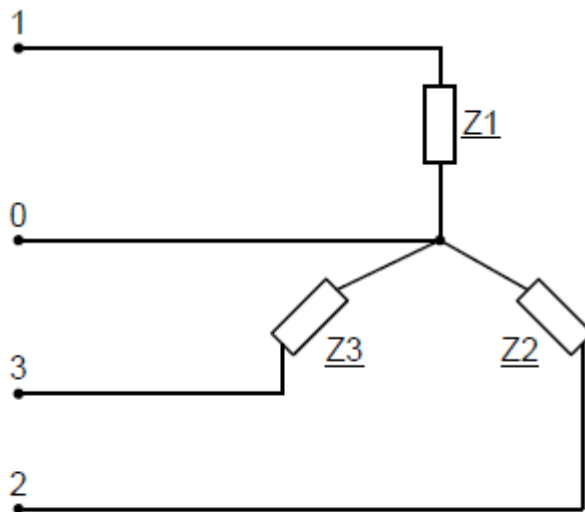
$$\underline{I}_1 - \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0$$

$$\underline{U} = 24.4949 - j21.4330 = 32,55/-41,17^\circ \text{ (V)}$$

Impedanciju dobijemo Ohmovim zakonom:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}_1} = 30 - j26,25 \text{ (}\Omega\text{)}$$

3. U shemi na Slici 3 odrediti radnu P i jalovu Q snagu. Zadano je: $Z1 = 3+j5$ (Ω), $Z2 = 5-j8$ (Ω), $Z3 = 10 + j15$ (Ω) i linijski napon $U_L = 173$ V (**25 bodova**).



$$P = \text{-----(W)}$$

$$Q = \text{-----(Var)}$$

Slika 3

RJEŠENJE

$$U_L = 173; Z1 = 3 + 5*j; Z2 = 5 - 8*j; Z3 = 10 + 15*j;$$

Fazni naponi izvora jednaki su naponima trošila zbog postojanja nul-vodiča:

$$\underline{U}_{f1} = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot e^{j0} = 100 + j0 \text{ (V)}$$

$$\underline{U}_{f2} = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = -50 - j86,5 \text{ (V)}$$

$$\underline{U}_{f3} = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} = -50 + j86,5 \text{ (V)}$$

Struje na trošilima su:

$$\underline{I}_{Z1} = \frac{\underline{U}_{f1}}{\underline{Z}_1} = 8,81 - j14,68 \text{ (A)}$$

$$\underline{I}_{Z2} = \frac{\underline{U}_{f2}}{\underline{Z}_2} = 4,96 - j9,34 \text{ (A)}$$

$$\underline{I}_{Z3} = \frac{\underline{U}_{f3}}{\underline{Z}_3} = 2,45 + j4,96 \text{ (A)}$$

Prividna snaga je:

$$\underline{S} = \underline{U}_{f1} \cdot \underline{I}_{Z1}^* + \underline{U}_{f2} \cdot \underline{I}_{Z2}^* + \underline{U}_{f3} \cdot \underline{I}_{Z3}^* = 1747,7 + j1030,8 \text{ (VA)}$$

=P+jQ

Iz ovoga je:

$$P = 1747,7 \text{ (W)}$$

$$Q = 1030,8 \text{ (Var)}$$

Ili preko struja i otpora:

$$P = |\underline{I}_{Z1}|^2 \cdot \text{Real}(\underline{Z}_1) + |\underline{I}_{Z2}|^2 \cdot \text{Real}(\underline{Z}_2) + |\underline{I}_{Z3}|^2 \cdot \text{Real}(\underline{Z}_3) = 1747,7 \text{ (W)}$$

$$Q = |\underline{I}_{Z1}|^2 \cdot \text{Imag}(\underline{Z}_1) + |\underline{I}_{Z2}|^2 \cdot \text{Imag}(\underline{Z}_2) + |\underline{I}_{Z3}|^2 \cdot \text{Imag}(\underline{Z}_3) = 1030,8 \text{ (Var)}$$

4. Jednofazni transformator nominalne snage $S = 50 \text{ kVA}$ i $2300/230 \text{ V}$ ima $R1 = 0,5 \Omega$ i $R2 = 0,005 \Omega$ te gubitke u željezu $P_{Fe} = 300 \text{ W}$. Treba izračunati stupanj korisnog djelovanja za opterećenje: 50 kVA , $\cos \varphi_2 = 0,8$ (**25 bodova**).

$$\eta = \text{-----}(\%)$$

RJEŠENJE:

$S = 50 \text{ kVA}$; $U_1 = 2300 \text{ (V)}$; $U_2 = 230 \text{ (V)}$; $R_1 = 0,5 \text{ (}\Omega\text{)}$; $R_2 = 0,005 \text{ (}\Omega\text{)}$; $P_{Fe} = 300 \text{ (W)}$; $S_T = 50 \text{ kVA}$; $\cos(\varphi_2) = 0,8$

$$n = 10 = N_1/N_2 = U_1/U_2 = I_2/I_1$$

Struje na sekundaru i primaru su:

$$I_2 = \frac{S_T}{U_2} = 217,4 \text{ (A)}$$

$$I_1 = \frac{I_2}{n} = 21,73 \text{ (A)}$$

Snage na ulazu P1 i izlazu P2 su:

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + P_{Fe} + S_T \cdot \cos(\varphi_2) = 40762,6 \text{ (W)}$$

$$P_2 = S_T \cdot \cos(\varphi_2) = 40000 \text{ (W)}$$

Stupanj korisnog djelovanja je:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 0,981 = 98,1 \text{ (}\%\text{)}$$