

FAZORSKI RAČUN

➤ **Geometrijska interpretacija**

- Kompleksne brojeve prikazujemo vektorima.
- Vrijede računске operacije za vektore.

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$$

Grafički prikaz zbrajanja fazora struja

FAZORSKI RAČUN

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 + (-\underline{I}_2)$$

Grafički prikaz oduzimanja fazora struja

FAZORSKI RAČUN

Napon
 $\underline{U} = Ue^{j\varphi_u}$

Struja
 $\underline{I} = Ie^{j\varphi_i}$

Konjugirano-kompleksna struja
 $\underline{I}^* = Ie^{-j\varphi_i}$

Kompleksna snaga
 $\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = UI e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = UI e^{j\varphi} = P + jQ$

Grafički prikaz množenja fazora struje i napona

FAZORSKI RAČUN

Napon
 $\underline{U} = U(\cos \varphi_u + j \sin \varphi_u) = Ue^{j\varphi_u}$

Konjugirano-kompleksna struja
 $\underline{I}^* = I(\cos \varphi_i - j \sin \varphi_i) = Ie^{-j\varphi_i}$

Kompleksna snaga
 $\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = U(\cos \varphi_u + j \sin \varphi_u) I(\cos \varphi_i - j \sin \varphi_i) = UI[\cos(\varphi_u - \varphi_i) + j \sin(\varphi_u - \varphi_i)]$

Radna (djelatna) snaga
 $P = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i)$

Jalova snaga
 $Q = UI \sin(\varphi_u - \varphi_i)$

Iznos prividne snage
 $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Kut (faza) snage
 $\varphi = \arctg \frac{Q}{P}$

Priključak **R, L** i **C** na izmjenični napon

Fazorski prikaz

PRIKLJUČAK **R, L** i **C** NA IZMJENIČNI NAPON - Fazorski prikaz

➤ **Priključak otpora**

Napon izvora
 $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi_u)$

Struja
 $i = \frac{u}{R} = \sqrt{2} \frac{U}{R} \sin(\omega t + \varphi_u)$

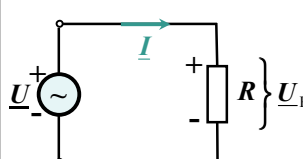
Napon na otporu
 $u_R = i R = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi_u) = u$

Struja, napon izvora i napon na otporu su istofazni!

efektivna vrijednost struje

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON - Fazorski prikaz
Priključak otpora

U fazorskom prikazu je $\varphi_u=0$:



$$\underline{U} = U e^{j0} = U$$

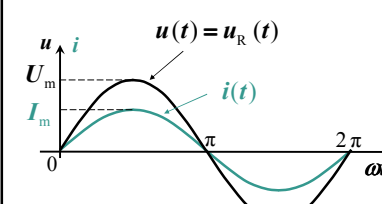
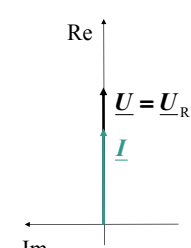
Struja

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R} = \frac{U}{R} = I$$

Napon na otporu

$$\underline{U}_R = \underline{I} R = \underline{U}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON - Fazorski prikaz
Priključak otpora

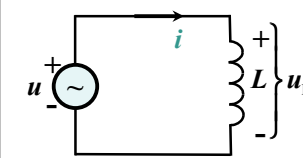
Vremenski prikaz napona i struje kruga s otporom

Fazorski prikaz napona i struje kruga s otporom

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON - Fazorski prikaz
Priključak induktiviteta

➤ Priključak induktiviteta

Napon izvora

$$u = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi_u)$$


$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

Drugi Kirchhoffov zakon:

$$u - L \frac{di}{dt} = 0$$

Opće rješenje

$$i = \sqrt{2} \frac{U}{\omega L} [-\cos(\omega t + \varphi_u)] + C_{int}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON - Fazorski prikaz
Priključak induktiviteta

Za trajni sinusni napon trajna struja ne može imati istosmjernu komponentu, pa je:

$$C_{int} = 0 \Rightarrow i = \sqrt{2} \frac{U}{\omega L} [-\cos(\omega t + \varphi_u)]$$

$$= \sqrt{2} \frac{U}{\omega L} \sin(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2})$$

Konačno rješenje

efektivna vrijednost struje

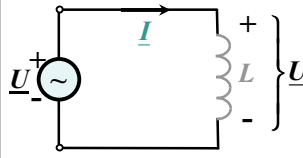
$$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \varphi_i)$$

Induktivna reaktancija

$$I = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{X_L} \quad X_L = \omega L$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON - Fazorski prikaz
Priključak induktiviteta

U fazorskom prikazu je $\varphi_u=0$:



$$\underline{U} = U e^{j0} = U$$

$$\underline{U}_L = j X_L \underline{I}$$

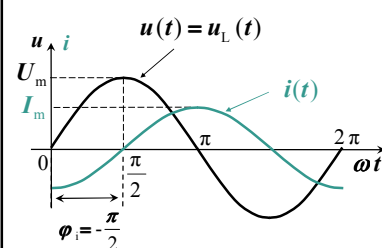
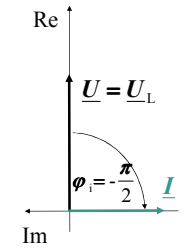
Struja

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{j \omega L} = \frac{U}{j X_L} = -j \frac{U}{X_L} = \frac{U}{X_L} e^{-j\frac{\pi}{2}} = I e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

Napon na induktivitetu

$$\underline{U}_L = j X_L \underline{I} = U$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON - Fazorski prikaz
Priključak induktiviteta

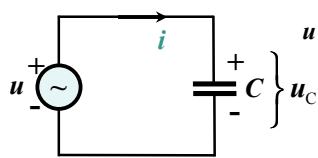
Vremenski prikaz napona i struje kruga s induktivitetom

Fazorski prikaz napona i struje kruga s induktivitetom

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON - Fazorski prikaz

➤ **Priključak kapaciteta**

Napon izvora
 $u = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi_u)$



Drugi Kirchhoffov zakon:

$$u = u_C = \frac{q}{C} \Rightarrow q = C u$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON - Fazorski prikaz
 Priključak kapaciteta

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{d}{dt} \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi_u) = \sqrt{2} \frac{U}{\omega C} \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$= \sqrt{2} \frac{U}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2})$$

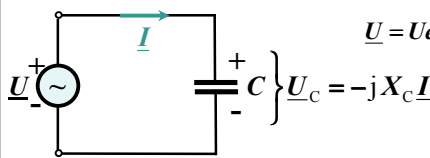
Konačno rješenje
 $i = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \varphi_i)$

Efektivna vrijednost struje
 $I = \frac{U}{\omega C} = \frac{U}{X_C}$

Kapacitivna reaktancija
 $X_C = \frac{1}{\omega C}$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON - Fazorski prikaz
 Priključak kapaciteta

U fazorskom prikazu je $\varphi_u = 0$:

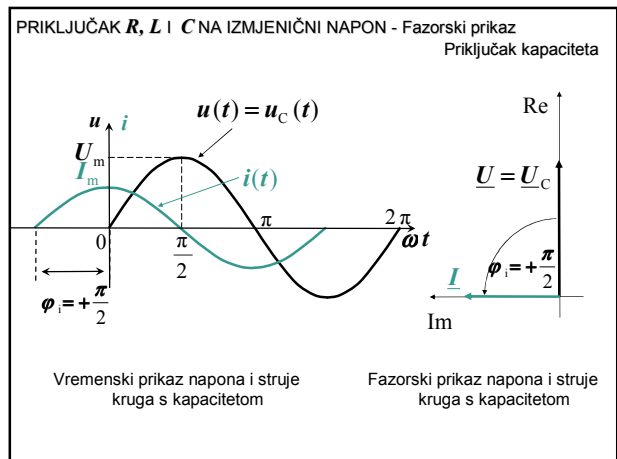


$$\underline{U} = U e^{j0} = U$$

$$\underline{U}_C = -j X_C \underline{I}$$

Struja
 $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{1} = j \frac{U}{X_C} = \left(\frac{U}{X_C}\right) e^{j\frac{\pi}{2}} = I e^{j\frac{\pi}{2}}$

Napon na kapacitetu
 $\underline{U}_C = -j X_C \underline{I} = U$



PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON - Fazorski prikaz

➤ **Dimenzione jednadžbe**

Radni otpor	Mjerna jedinica
$R = \frac{U}{I}$	$[R] = \frac{V}{A} = \Omega$
Induktivna reaktancija	
$X_L = \omega L$	$[X_L] = s^{-1} H = s^{-1} \frac{V}{A} s = \Omega$
Kapacitivna reaktancija	
$X_C = \frac{1}{\omega C}$	$[X_C] = \frac{s}{F} = \frac{sV}{As} = \Omega$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON - Fazorski prikaz

➤ **Promjena reaktancija s frekvencijom**

Induktivna reaktancija
 $X_L = \omega L = 2\pi f L \quad f \uparrow \quad X_L \uparrow$

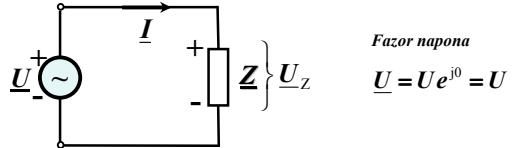
Kapacitivna reaktancija
 $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \quad f \uparrow \quad X_C \downarrow$

$f = 0$	$X_L = 0 \Omega$	$X_C = \infty \Omega$
$f \rightarrow \infty$	$X_L \rightarrow \infty \Omega$	$X_C \rightarrow 0 \Omega$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

Impedancija

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON



Fazor struje

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$$

Efektivna vrijednost struje

$$I = \frac{U}{|Z|}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

- Impedancija (prividni otpor) kruga je uvijek:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} \quad \text{Ohmov zakon!}$$

- Rješavanje strujnog kruga pomoću fazora i impedancija - jednako rješavanju istosmjernog kruga.

- Treba paziti da se radi s kompleksnim brojevima!

- Mjerna jedinica impedancije: $[Z] = \frac{[U]}{[I]} = \Omega$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

- Impedancija:**

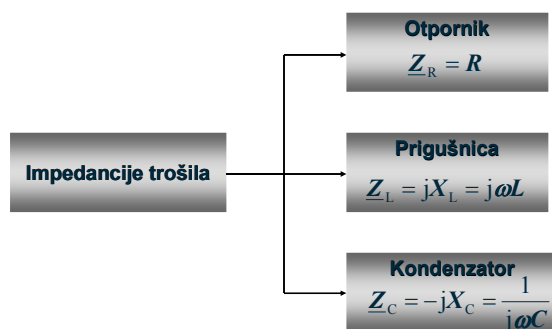
- nije fazor, to je kompleksni broj (ne smije se prikazivati u fazorskom dijagramu),
- nije vektor – prikazuje se grafički pomoću vektora.

- Impedanciju čine - ovisno o vrsti trošila:**

- radni otpor $R \geq 0$,
- induktivni otpor (induktivna reaktancija) $X_L = \omega L \geq 0$,
- kapacitivni otpor (kapacitivna reaktancija) $X_C = \frac{1}{\omega C} \geq 0$.

- Vrijednosti ovih otpora ne mogu biti negativne!**

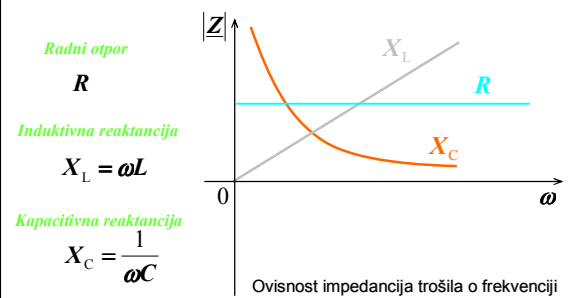
PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON



PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

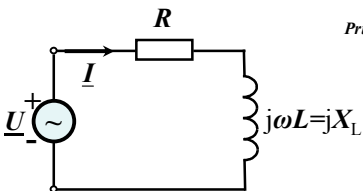
Priključak R, L i C na izmjenični napon

> Frekvencijske karakteristike impedancija



PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

➤ Impedancija R, L kruga



Prividni otpor - impedancija

$$\underline{Z} = R + jX_L$$

Naponska jednačba:

$$\underline{U} = \underline{I}(R + j\omega L) = \underline{I}(R + jX_L)$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

Impedancija R, L kruga

Prividni otpor - impedancija

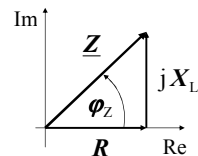
$$\underline{Z} = R + jX_L = Z e^{j\varphi_z}$$

Modul impedancije

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Fazni kut

$$\varphi_z = \arctg \frac{X_L}{R}$$



Grafički prikaz impedancije kruga s otporom i induktivitetom

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

Impedancija R, L kruga

Naponska jednačba:

$$\underline{U} = \underline{I}(R + jX_L) = \underline{Z}\underline{I}$$

$$\underline{U} = U e^{j0} = U$$

Struja

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} e^{-j\varphi_z} = I e^{j\varphi_i}$$

Efektivna vrijednost struje

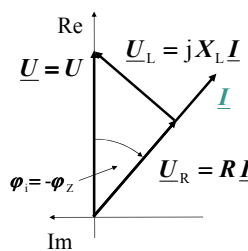
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

Faza

$$\varphi_i = -\varphi_z < 0$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

Impedancija R, L kruga



Naponska jednačba:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L$$

Napon

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$$

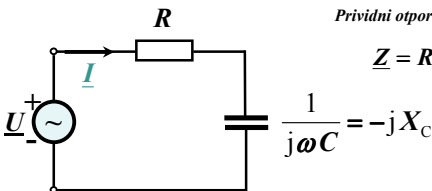
Faza

$$\operatorname{tg} \varphi_z = \operatorname{tg}(-\varphi_i) = \frac{U_L}{U_R}$$

Fazorski prikaz napona i struje kruga s otporom i induktivitetom

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

➤ Impedancija R, C kruga



Prividni otpor - impedancija

$$\underline{Z} = R - jX_C$$

Naponska jednačba:

$$\underline{U} = \underline{I}\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right) = \underline{I}(R - jX_C)$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

Impedancija R, C kruga

Prividni otpor - impedancija

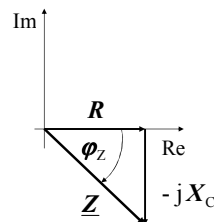
$$\underline{Z} = R - jX_C = Z e^{j\varphi_z}$$

Modul impedancije

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

Fazni kut

$$\varphi_z = \arctg \frac{-X_C}{R} = -\arctg \frac{X_C}{R} < 0$$



Grafički prikaz impedancije kruga s otporom i kapacitetom

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
Impedancija R, C kruga

Naponska jednačba:

$$\underline{U} = \underline{I}(R - jX_C) = \underline{Z}\underline{I}$$

$$\underline{U} = Ue^{j\omega t} = U$$

Struja

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} = \frac{U}{Z} e^{-j\varphi_z} = I e^{j\varphi_i}$$

Efektivna vrijednost struje

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

Faza

$$\varphi_i = -\varphi_z > 0$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
Impedancija R, C kruga

Naponska jednačba:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C$$

Napon

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$$

Faza

$$\text{tg}(-\varphi_z) = \text{tg}\varphi_i = \frac{U_C}{U_R}$$

Fazorski prikaz napona i struje s otporom i kapacitetom

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
Impedancija R, L, C kruga

Impedancija

$$\underline{Z} = R + jX_L - jX_C$$

Naponska jednačba:

$$\underline{U} = \underline{I} \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) = \underline{I} (R + jX_L - jX_C)$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
Impedancija R, L, C kruga

Impedancija

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = Z e^{j\varphi_z}$$

Modul impedancije

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Fazni kut

$$\varphi_z = \text{arc tg} \frac{X_L - X_C}{R} \begin{cases} > 0 \text{ induktivna impedancija} \\ = 0 \text{ radni otpor} \\ < 0 \text{ kapacitivna impedancija} \end{cases}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
Impedancija R, L, C kruga

Induktivna impedancija

Kapacitivna impedancija

Grafički prikaz impedancije kruga s otporom, induktivitetom i kapacitetom

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
Impedancija R, L, C kruga

Naponska jednačba:

$$\underline{U} = \underline{I}(R + jX_L - jX_C) = \underline{Z}\underline{I}$$

$$\underline{U} = Ue^{j\varphi_u}$$

Struja

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} e^{j\varphi_u} e^{-j\varphi_z} = \frac{U}{Z} e^{j(\varphi_u - \varphi_z)} = I e^{j\varphi_i}$$

Efektivna vrijednost struje

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Faza

$$\varphi_i = \varphi_u - \varphi_z$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
 Impedancija R, L, C kruga

Naponska jednađba:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C$$

Napon

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

Faza

$$\operatorname{tg} \varphi_z = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Fazorski prikaz napona i struje kruga s otporom, induktivitetom i kapacitetom

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

> Serijski spoj dviju prigušnica

Naponska jednađba:

$$\underline{U} = \underline{I}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) = \underline{I}(R_1 + jX_{L1} + R_2 + jX_{L2})$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
 Serijski spoj dviju prigušnica

Naponska jednađba:

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = \underline{I}[R_1 + R_2 + j(X_{L1} + X_{L2})]$$

Impedancija

$$\underline{Z} = R_1 + R_2 + j(X_{L1} + X_{L2}) = Z e^{j\varphi_z}$$

Modul impedancije

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_{L1} + X_{L2})^2}$$

Fazni kut

$$\varphi_z = \arctan \frac{X_{L1} + X_{L2}}{R_1 + R_2}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
 Serijski spoj dviju prigušnica

Impedancija

$$\underline{Z} = R_1 + R_2 + j(X_{L1} + X_{L2}) = Z e^{j\varphi_z}$$

Grafički prikaz impedancije dvije prigušnice

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
 Serijski spoj dviju prigušnica

Naponska jednađba:

$$\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}$$

pretpostavka

$$U = U e^{j0} = U$$

Struja

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} = \frac{U}{Z} e^{-j\varphi_z} = I e^{j\varphi}$$

Efektivna vrijednost struje

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_{L1} + X_{L2})^2}}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
 Serijski spoj dviju prigušnica

Fazorski prikaz napona i struje kruga s dvije prigušnice

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
 Serijski spoj dviju prigušnica

$$\underline{U}_R = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{R2}$$

$$\underline{U}_L = \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{L2}$$

Naponi na prigušnici 1

$$\underline{U}_{R1} = R_1 \underline{I}$$

$$\underline{U}_{L1} = jX_{L1} \underline{I}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{L1}$$

Naponi na prigušnici 2

$$\underline{U}_{R2} = R_2 \underline{I}$$

$$\underline{U}_{L2} = jX_{L2} \underline{I}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{R2} + \underline{U}_{L2}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
 Serijski spoj dviju prigušnica

Otpori

$$R = R_1 + R_2$$

$$X_L = X_{L1} + X_{L2}$$

Naponska jednačba: $\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = \underline{I}(R + jX_L)$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L$$

Faze

$$\operatorname{tg} \varphi_{Z1} = \frac{U_{L1}}{U_{R1}} = \frac{X_{L1}}{R_1} \quad \operatorname{tg} \varphi_{Z2} = \frac{U_{L2}}{U_{R2}} = \frac{X_{L2}}{R_2}$$

$$\varphi_1 = -\varphi_Z \quad (\varphi_Z > 0 \Rightarrow \varphi_1 < 0)$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

➤ Serijski spoj n prigušnica

Impedancija

$$\underline{Z} = \sum_{i=1}^n R_i + j \sum_{i=1}^n X_{Li} = Z e^{j\varphi_Z}$$

Modul impedancije

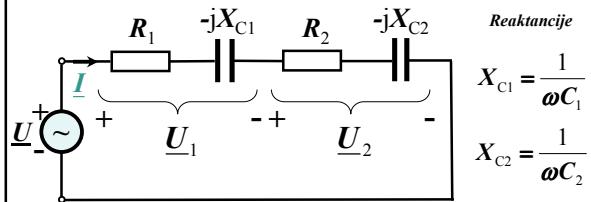
$$Z = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n R_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n X_{Li}\right)^2}$$

Fazni kut

$$\varphi_Z = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sum_{i=1}^n X_{Li}}{\sum_{i=1}^n R_i}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

➤ Serijski spoj 2 otpora i 2 kapaciteta



Naponska jednačba:

$$\underline{U} = \underline{I}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) = \underline{I}(R_1 - jX_{C1} + R_2 - jX_{C2})$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
 Serijski spoj 2 otpora i 2 kapaciteta

Naponska jednačba:

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = \underline{I}[R_1 + R_2 - j(X_{C1} + X_{C2})]$$

Impedancija

$$\underline{Z} = R_1 + R_2 - j(X_{C1} + X_{C2}) = Z e^{j\varphi_Z}$$

Modul impedancije

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_{C1} + X_{C2})^2}$$

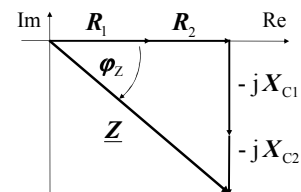
Fazni kut

$$\varphi_Z = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{-(X_{C1} + X_{C2})}{R_1 + R_2} = -\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{X_{C1} + X_{C2}}{R_1 + R_2}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
 Serijski spoj 2 otpora i 2 kapaciteta

Impedancija

$$\underline{Z} = R_1 + R_2 - j(X_{C1} + X_{C2}) = Z e^{j\varphi_Z}$$



Grafički prikaz impedancije 2 otpora i 2 kapaciteta

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
 Serijski spoj 2 otpora i 2 kapaciteta

Naponska jednačba:

$$\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}$$

pretpostavka

$$\underline{U} = U e^{j\omega t} = \underline{U}$$

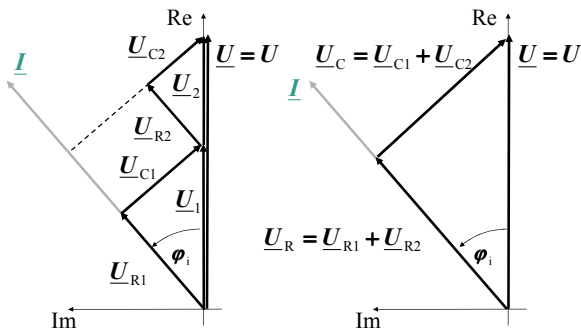
Struja

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U}{Z} = \frac{U}{Z} e^{-j\varphi_z} = I e^{j\varphi_i}$$

Efektivna vrijednost struje

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_{C1} + X_{C2})^2}}$$

PRIKLJUČAK R, L I C
 NA IZMJENIČNI NAPON
 Serijski spoj 2 otpora
 i 2 kapaciteta



Fazorski prikaz napona i struje kruga s 2 otpora i 2 kondenzatora

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
 Serijski spoj 2 otpora i 2 kapaciteta

$$\underline{U}_R = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{R2}$$

$$\underline{U}_C = \underline{U}_{C1} + \underline{U}_{C2}$$

Naponi na otporima i kondenzatorima

$$\underline{U}_{R1} = R_1 \underline{I}$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2 \underline{I}$$

$$\underline{U}_{C1} = -jX_{C1} \underline{I}$$

$$\underline{U}_{C2} = -jX_{C2} \underline{I}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{C1}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{R2} + \underline{U}_{C2}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
 Serijski spoj 2 otpora i 2 kapaciteta

Otpori

$$R = R_1 + R_2$$

$$X_C = X_{C1} + X_{C2}$$

Naponska jednačba:
$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = \underline{I}(R - jX_C)$$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C$$

Faze

$$\text{tg } \varphi_{z1} = \frac{-U_{C1}}{U_{R1}} = \frac{-X_{C1}}{R_1} \quad \text{tg } \varphi_{z2} = \frac{-U_{C2}}{U_{R2}} = \frac{-X_{C2}}{R_2}$$

$$\varphi_i = -\varphi_z \quad (\varphi_z < 0 \Rightarrow \varphi_i > 0)$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

➤ Serijski spoj n otpora i n kapaciteta

Impedancija

$$\underline{Z} = \sum_{i=1}^n R_i - j \sum_{i=1}^n X_{Ci} = Z e^{j\varphi_z}$$

Modul impedancije

$$Z = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n R_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n X_{Ci}\right)^2}$$

Fazni kut

$$\varphi_z = \arctg \frac{-\sum_{i=1}^n X_{Ci}}{\sum_{i=1}^n R_i}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

Admitancija

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

Admitancija je recipročna vrijednost impedancije:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \underline{G} + j\underline{B} = \frac{1}{\underline{Z}} e^{-j\varphi_z}$$

prividna vodljivost - admitancija
vodljivost
susceptancija

Vodljivost $\underline{G} = \frac{1}{R}$

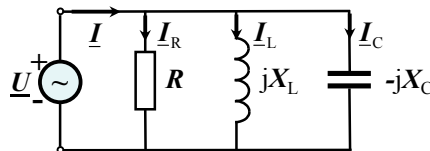
Susceptancija $\underline{B} = \frac{1}{X}$ $X = X_L - X_C$

Strujna jednačba kruga: $\underline{I} = \underline{U} \cdot \underline{Y}$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

➤ Paralelni spoj R, L i C

Kod paralelnog spoja je napon konstantan, a struje zbrajamo.



Naponi

$$\underline{U}_R = \underline{U}_L = \underline{U}_C = \underline{U}$$

Struja

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

Paralelni spoj R, L i C

Struje

$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}}{R}$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}}{jX_L} = -j \frac{\underline{U}}{X_L}$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}}{-jX_C} = j \frac{\underline{U}}{X_C}$$

$$\underline{I}_R = \underline{G}\underline{U} \quad \underline{B}_L = \frac{1}{X_L}$$

$$\underline{I}_L = -j\underline{B}_L\underline{U}$$

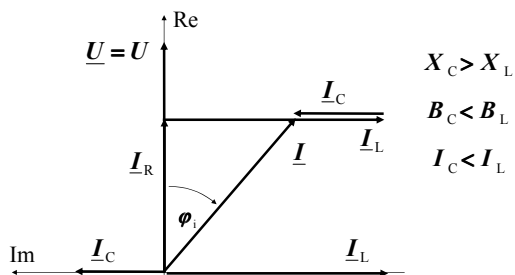
$$\underline{I}_C = j\underline{B}_C\underline{U} \quad \underline{B}_C = \frac{1}{X_C}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C = (\underline{G} - j\underline{B}_L + j\underline{B}_C)\underline{U} = \underline{Y} \cdot \underline{U}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

Paralelni spoj R, L i C

Struja $\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C$

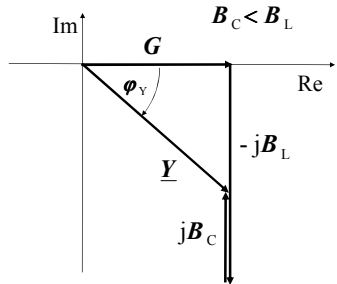


Fazorski prikaz napona i struje kruga s paralelnim spojem otpora, induktiviteta i kapaciteta uz $X_C > X_L$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

Paralelni spoj R, L i C

Admitancija $\underline{Y} = \underline{G} - j\underline{B}_L + j\underline{B}_C$



$$\underline{Y} = \underline{Y} e^{j\varphi_Y} = \underline{G} + j\underline{B}$$

$$\underline{B} = \underline{B}_C - \underline{B}_L$$

Modul admitancije

$$Y = \sqrt{G^2 + (\underline{B}_C - \underline{B}_L)^2}$$

Fazni kut

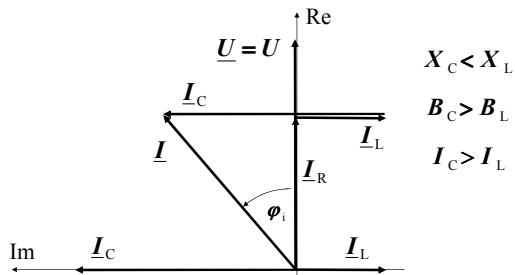
$$\varphi_Y = \arctg \frac{\underline{B}_C - \underline{B}_L}{G}$$

Grafički prikaz admitancije paralelnog spoja otpora, induktiviteta i kapaciteta uz $X_C > X_L$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON

Paralelni spoj R, L i C

Struja $\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C$



Fazorski prikaz napona i struje kruga s paralelnim spojem otpora, induktiviteta i kapaciteta uz $X_C < X_L$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
Paralelni spoj R, L i C

Admitancija $\underline{Y} = G - jB_L + jB_C$

$\underline{Y} = Y e^{j\varphi_Y} = G + jB$
 $B = B_C - B_L$

Modul admitancije
 $Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2}$

Fazni kut
 $\varphi_Y = \arctg \frac{B_C - B_L}{G}$

Grafički prikaz admitancije paralelnog spoja otpora, induktiviteta i kapaciteta uz $X_C < X_L$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
➤ Pretvaranje paralelnog spoja R, L i C u serijski spoj

Paralelni spoj otpora, induktiviteta i kapaciteta

Ekvivalentan serijski spoj

Impedancija
 $\underline{Z} = R_e + jX_e$

ekvivalentni otpor
ekvivalentna reaktancija

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
Pretvaranje paralelnog spoja R, L i C u serijski

Impedancija paralele X_L i X_C

$$\underline{Z}_X = \frac{jX_L(-jX_C)}{jX_L - jX_C} = \frac{X_L X_C}{j(X_L - X_C)} = -j \frac{X_L X_C}{X_L - X_C}$$

Ukupna impedancija

$$\underline{Z} = \frac{R \cdot \underline{Z}_X}{R + \underline{Z}_X} = \frac{R \left(-j \frac{X_L X_C}{X_L - X_C} \right)}{R - j \frac{X_L X_C}{X_L - X_C}} = \frac{R + j \frac{X_L X_C}{X_L - X_C}}{R + j \frac{X_L X_C}{X_L - X_C}}$$

$$\underline{Z} = \frac{R \left(\frac{X_L X_C}{X_L - X_C} \right)^2}{R^2 + \left(\frac{X_L X_C}{X_L - X_C} \right)^2} - j \frac{R^2 \frac{X_L X_C}{X_L - X_C}}{R^2 + \left(\frac{X_L X_C}{X_L - X_C} \right)^2} = R_e + jX_e$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
Pretvaranje paralelnog spoja R, L i C u serijski

Struja paralelnog spoja

$$\underline{I} = (G - jB_L + jB_C) \underline{U} = \underline{Y} \cdot \underline{U}$$

Impedancija ekvivalentnog serijskog spoja

$$\underline{Z} = R_e + jX_e = \underline{Z} e^{j\varphi_Z}$$

Fazni kut

$$\varphi_Z = \arctg \frac{X_e}{R_e}$$

Struja ekvivalentnog serijskog spoja

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
➤ Pretvaranje serijskog spoja u paralelni spoj

Serijski spoj otpora i reaktancije Ekvivalentan paralelni spoj

■ U oba slučaja struje moraju biti jednake:

- po iznosu (apsolutna vrijednost struje),
- po fazi (fazni pomak struje prema naponu).

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
Pretvaranje serijskog spoja u paralelni spoj

Serijski spoj otpora i reaktancije Ekvivalentan paralelni spoj

Struja

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \underline{Y} \cdot \underline{U}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

PRIKLJUČAK R, L I C NA IZMJENIČNI NAPON
 Pretvaranje serijskog spoja u paralelni spoj

Admitancija

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} \cdot \frac{R - jX}{R - jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2}$$

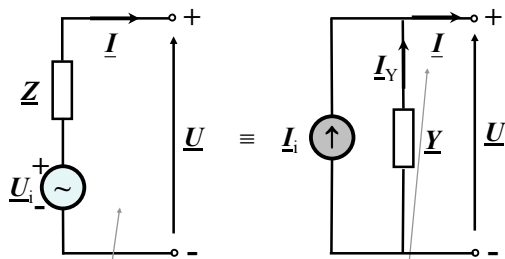
$$\underline{Y} = \frac{R}{R^2 + X^2} + j \frac{(-X)}{R^2 + X^2} = \underline{G} + j \underline{B}$$

$$\underline{G} = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2}$$

$$\underline{B} = -\frac{X}{R^2 + X^2} = -\frac{X}{Z^2}$$

Pretvaranje naponskog u strujni izvor i obratno

PRETVARANJE NAPONSKOG U STRUJNI IZVOR I OBRATNO



Drugi Kirchhoffov zakon:

$$\underline{U}_i = \underline{I} \cdot \underline{Z} + \underline{U}$$

Prvi Kirchhoffov zakon:

$$\underline{I} = \underline{I}_i + \underline{I}_Y$$

U oba slučaja struja i napon na stezaljkama moraju biti jednaki!

PRETVARANJE NAPONSKOG U STRUJNI IZVOR I OBRATNO

Drugi Kirchhoffov zakon:

$$\underline{U}_i = \underline{I} \cdot \underline{Z} + \underline{U}$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_i}{\underline{Z}} - \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$$

Prvi Kirchhoffov zakon:

$$\underline{I} = \underline{I}_i + \underline{I}_Y$$

$$\underline{I} = \underline{I}_i - \underline{U} \cdot \underline{Y}$$

$$\underline{I}_Y = -\underline{U} \cdot \underline{Y}$$

Strujni izvor: $\underline{I}_i = \frac{\underline{U}_i}{\underline{Z}}$

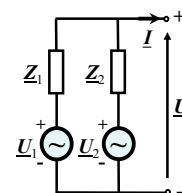
Naponski izvor: $\underline{U}_i = \underline{I}_i \underline{Z}$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$$

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}}$$

Pretvaranje više paralelnih grana u jednu ekvivalentnu

PRETVARANJE VIŠE PARALELNIH GRANA U JEDNU EKVIVALENTNU



Zadana mreža s naponskim izvorima

■ Postupak:

- prvo pretvorimo sve naponske izvore u strujne,
- zbrojimo struje i admitancije,
- vratimo strujni izvor u naponski.

