

# Osnove elektrotehnike 2

## Auditorne vježbe 3

U nastavku se nalaze rjesenja zadataka iz treceg predloska za auditorne vježbe iz kolegija **Osnove elektrotehnike 2**

Kako bi sto bolje savladali gradivo, ovaj tekst u cjelosti pripremljen je u programskom paketu MATLAB R2018b, pomocu funkcije Live Script te sadrzi djelove programskog koda kojeg mozete koristiti kako bi i dalje istrazivali mogucnosti koristenja naprednih programskih jezika u inzenjerstvu.

Savladavanje Matlaba nije dio kurikuluma niti je obavezno vec vam ga samo predstavljamo ovdje kao nesto interesantno.

Za sva pitanja oko auditornih vjezbi stojim na raspolaganju.

Tin Bensic, 18.3.2020.

tin.bensic@ferit.hr

### Table of Contents

Osnove elektrotehnike 2.....	1
Auditorne vježbe 3.....	1
Teorijski uvod - SNAGA U ELEKTRICNIM MREZAMA.....	2
Primjer - valni oblik trenutne snage.....	2
KOMPLEKSNA SNAGA.....	9
Rjesenja zadataka AV3.....	10
Zadatak 1:.....	10
Zadatak 2:.....	13
Zadatak 3:.....	15
Zadatak 4:.....	16
Zadatak 5:.....	17
Zadatak 6:.....	19

# Teorijski uvod - SNAGA U ELEKTRICNIM MREZAMA

Nakon savladavanja pojma fazora u elektricnim mrezama, nužno je savladati pojam **Snage** u elektricnim mrezama.

Snaga kao pojam je već predstavljena u mrezama nepromjenjive istosmjerne struje kao umnožak napona i struje:

$$P_{DC} = U_{DC} I_{DC}$$

U istosmjernim mrezama vrijedi da je trenutna vrijednost napona i/ili struje stalna i jednaka efektivnoj  $u(t)=U$ ,  $i(t)=I$ .

U mrezama izmjenicne struje, snaga se prvo definira pomoću trenutnih vrijednosti napona i struje. Ta snaga naziva se **trenutnom snagom**.

$$p(t) = u(t)i(t)$$

Trenutna snaga je vremenski promjenjiva veličina koja opisuje brzinu pretvorbe električne energije u neki drugi oblik.

**Umnožak efektivnih** vrijednosti struje i napona nazivamo **PRIVIDNOM SNAGOM** i označavamo slovom **S** [VA] - mjerna jedinica Volt Amper

$$S = UI[\text{VA}]$$

Budući da je energija (rad električne struje) definirana kao integral snage

$$W = \int_0^t p(t) dt$$

A **djelatna snaga** definirana kao **rad u jedinici vremena** - mjera količine pretvorene električne energije u neki drugi koristan oblik energije je:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

Dakle **djelatna snaga** je **srednja vrijednost** trenutne snage električne mreže!

Za slučaj sinusnih napona i struja možemo promotriti i valni oblik trenutne snage i prividnu snagu:

**Primjer - valni oblik trenutne snage.**

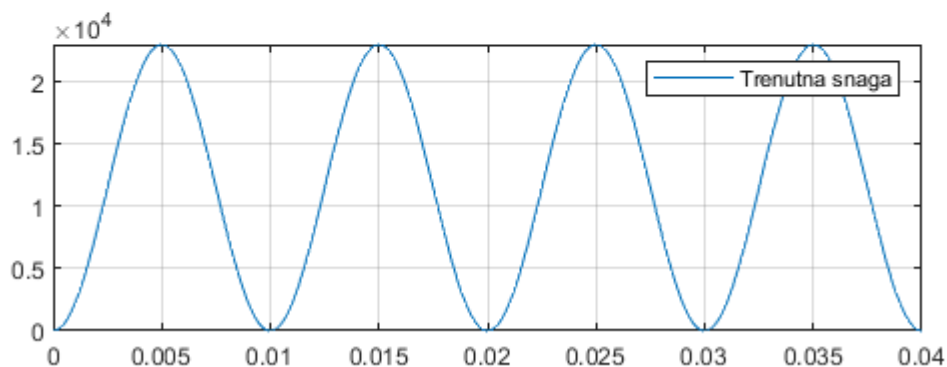
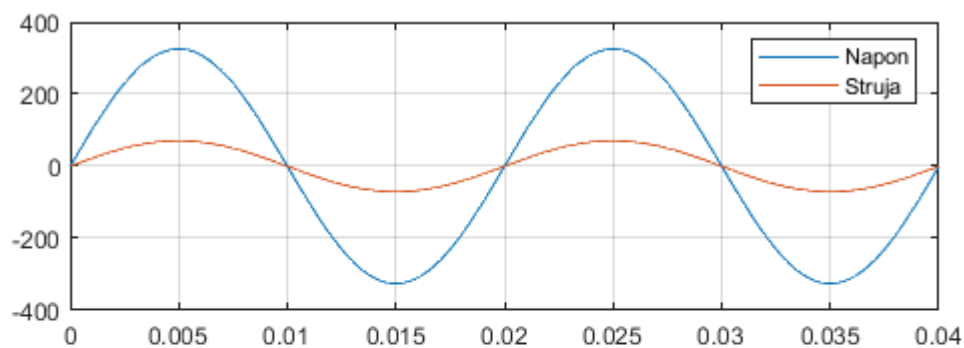
Neka je na nekom elementu izmjenicne mreze izmjeren napon efektivne vrijednosti 230V i struja 50 A. Promotrimo sto se dogadja sa trenutnom snagom ako se mjenja fazni pomak izmedju napona i struje (otpor, djelatno induktivno, djelatno kapacitivno).

Napon se postavlja sa faznim kutem 0 (referenca)

Struji cemo varirati fazni pomak!

### Slucaj 1: STRUJA I NAPON U FAZI - djelatno trosilo

```
t = 0:1e-4:40e-3;  
  
% Slucaj 1 - napon i struja u fazi  
phi_i = 0;  
u = 230*sqrt(2)*sin(2*pi*50.*t);  
i = 50*sqrt(2)*sin(2*pi*50.*t + phi_i);  
  
p=u.*i;  
  
figure;  
subplot(2,1,1)  
plot(t,[u;i]);  
legend('Napon', 'Struja');grid on;  
subplot(2,1,2);  
plot(t,p);  
legend('Trenutna snaga');grid on;
```



Promotrimo dobiveni graf!

Trenutna snaga je SINUSOIDA, za koju vrijedi  $p(t) \geq 0$ .

Umnozak vrsnih vrijednosti struje i napona daju vrsnu vrijednost snage!

```
p_max = max(u)*max(i)
```

```
p_max = 23000
```

Umnozak efektivnih vrijednosti struje i napona - **prividna snaga** - iznosi jednu polovinu  $p_{\max}$  - sto je ujedno i **udaljenost od SREDNJE VRIJEDNOSTI do VRSNE VRIJEDNOSTI** sinusoide  $p(t)$

```
S = 230*50
```

```
S = 11500
```

Sto je ujedno i srednja vrijednost od  $p(t)$ !

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

```
P = mean(p) % Naredba mean izracunava srednju vrijednost!
```

```
P = 1.1471e+04
```

```
S = p_max - P
```

```
S = 1.1529e+04
```

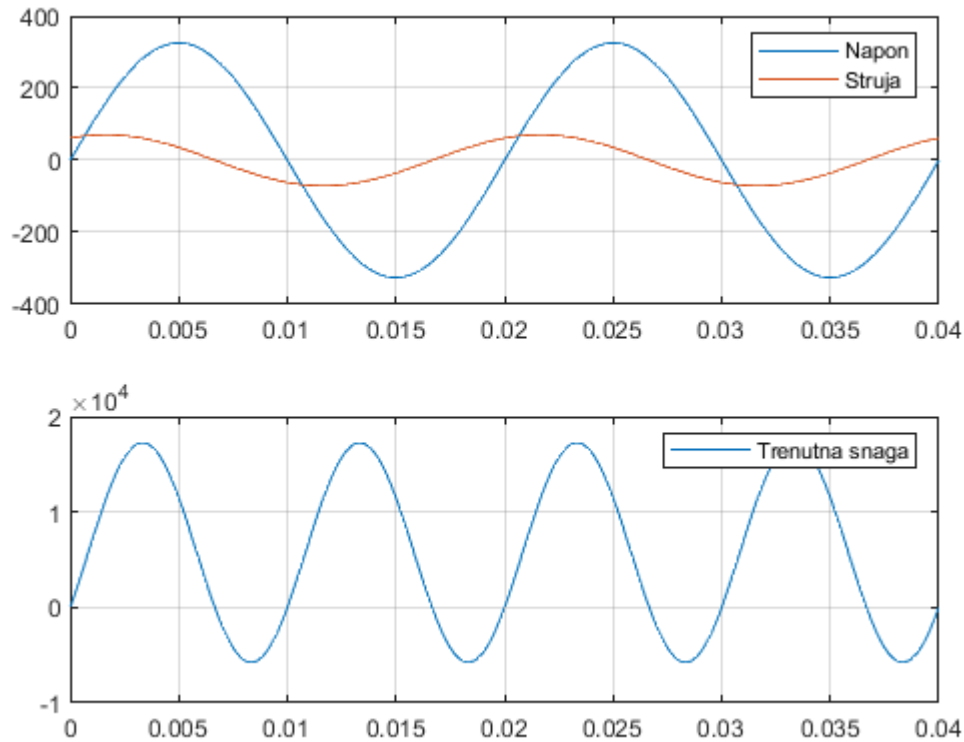
Razlike u rezultatima su zanemarive i nastaju zbog racunalnih nesavršenosti numerickih procedura integriranja!

Obratite pozornost na zapis  $S = 11500$  ili  $S = 1.15 \text{ e}+4 = 1.15 \cdot 10^4$

**Slucaj 2:** STRUJA fazno pomaknuta u odnosu na napon - djelatno kapacitivno trosilo

```
t = 0:1e-4:40e-3;  
  
% Slucaj 1 - napon i struja u fazi  
phi_i = pi/3;  
u = 230*sqrt(2)*sin(2*pi*50.*t);  
i = 50*sqrt(2)*sin(2*pi*50.*t + phi_i);  
  
p=u.*i;  
  
figure;  
subplot(2,1,1)  
plot(t,[u;i]);  
legend('Napon', 'Struja');grid on;
```

```
subplot(2,1,2);
plot(t,p);
legend('Trenutna snaga');grid on;
```



Promotrimo dobiveni graf!

Trenutna snaga je ponovo sinusoida, ali sada vise nije pozitivna vec je u odredenim intervalima **i negativna!**

Vec je nauceno da negativna snaga znaci vraćanje energije u izvor! Dakle dio energije se sa trosila vraća izvoru!

Umnozak vrsnih vrijednosti struje i napona **NE DAJE** vrsnu vrijednost snage!

```
umnozak_Umax_Imax = max(u)*max(i)
```

```
umnozak_Umax_Imax = 2.2999e+04
```

```
p_max = max(p)
```

```
p_max = 1.7247e+04
```

Umnozak efektivnih vrijednosti **NE DAJE** jednu polovinu  $p_{max}$ !

```
S = 230*50
```

```
S = 11500
```

%Srednja vrijednost - naredba mean

P = mean(p)

P = 5.7357e+03

*Prividna snaga S nije jednaka srednjoj vrijednosti*

$$S \neq P = \frac{1}{T} \int_0^t p(t) dt$$

*Ali ipak vrijedi:*

$$S = P_{max} - P$$

*Dakle, ovdje se može ponoviti:*

**Prividna snaga je umnožak efektivne vrijednosti struje i napona izmjenicne jednoharmonijske mreže, obilježava razliku između vršne vrijednosti trenutne snage i djelatne snage!**

Utvrđeno je da je djelatna snaga nekog elementa mreže srednja vrijednost trenutne snage i ona je mjera pretvorbe energije u neki drugi korisni oblik.

Za djelatno trosilo isto tako vrijedi da je trenutna snaga u potpunosti predstavlja energiju koja se troši (**ne-negativnost**).

Pokazano je da u slučaju djelatno-reaktivnog trosila dio trenutne snage postaje **negativan**, tj. da se dio energije vraća u mrežu.

Djelatna snaga, **P** je i dalje mjera snage koja se pretvara u neki drugi korisni oblik, a prividna snaga **S** sada opisuje cjelokupni tijek energije preko elementa mreže.

Zanima nas kakva je mjera samo za dio energije koji cirkulira u mreži, a ne pretvara se u korisni oblik energije - nije djelatna?

Pretpostavimo da se element mreže sastoji od otpora - djelatnog trosila i reaktivnog elementa. U tom slučaju ukupna trenutna snaga se dijeli na ta dva elementa.

Na otporu onda vrijedi **slučaj 1** iz ovog primjera - trenutna snaga otpora je **nenegativna**, a  $S_R = P = 1/2 \max\{p_r(t)\}$

Dakle vrijedi:

$$p_R(t) = i^2(t)R = I^2 \sqrt{2}^2 \sin^2(\omega t + \phi_i)$$

Sto se svodi na:

$$p_R(t) = P - P \cos(2\omega t + 2\phi_i)$$

Ovo je trenutna snaga na djelatnom djelu trosila - vrijede sve tvrdnje kao za **slučaj 1 primjera**.

Na reaktivnom djelu trosila je ostatak od ukupne trenutne snage:

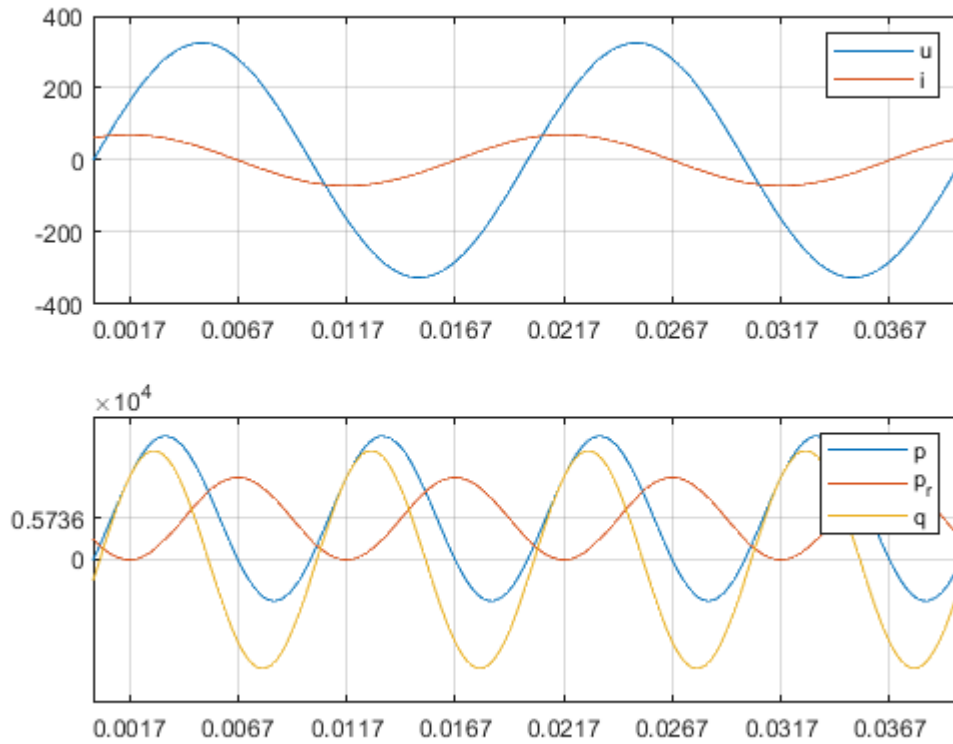
Taj ostatak nazivamo **trenutna jalova snaga -  $q(t)$** :

$$q(t) = p(t) - p_R(t)$$

Pogledajmo na nasem primjeru sada te tri snage:

```
p_r = P*cos(200*pi.*t+2*phi_i)+P;
q = p - p_r;

% Kod za crtanje slika:
figure;
subplot(2,1,1);
plot(t,[u;i]),grid on;
xticks([(pi/2-phi_i)/2/50/pi (2*pi/2-phi_i)/2/50/pi...
        (3*pi/2-phi_i)/2/50/pi (4*pi/2-phi_i)/2/50/pi...
        (5*pi/2-phi_i)/2/50/pi (6*pi/2-phi_i)/2/50/pi ...
        (7*pi/2-phi_i)/2/50/pi (8*pi/2-phi_i)/2/50/pi]);
legend('u','i');
subplot(2,1,2);
plot(t,[p;p_r;q]),grid on;
xticks([(pi/2-phi_i)/2/50/pi (2*pi/2-phi_i)/2/50/pi...
        (3*pi/2-phi_i)/2/50/pi (4*pi/2-phi_i)/2/50/pi...
        (5*pi/2-phi_i)/2/50/pi (6*pi/2-phi_i)/2/50/pi ...
        (7*pi/2-phi_i)/2/50/pi (8*pi/2-phi_i)/2/50/pi]);
yticks([0 P]);
legend('p','p_r','q');
```



Sa slike uocavamo sljedece:

- Srednja vrijednost trenutne snage  $p(t)$  jednaka je srednjoj vrijednosti od  $p_R(t)$  i iznosi  $P$  - **djelatna snaga**
- Trenutna snaga na djelatnom trosilu  $p_r(t)$  ima MIN i MAX vrijednosti kada struja ima MIN MAX i 0!
- Trenutna jalova snaga ima sredju vrijednost 0! Koliko energije iz mreze ode na trosilo, toliko se vrati nazad!

Buduci da je srednja vrijednost od  $q(t)$  jednaka nuli, kao mjera reaktivne snage koristi se **srednja ispravljena vrijednost - JALOVA SNAGA Q [VAr]** (volt-amper-reaktivno)

$$Q = \frac{1}{T} \int_0^T |p(T)| dt$$

Sada mozemo prikazati iznose svih snaga za primjer:

$$P = \text{mean}(p)$$

$$P = 5.7357e+03$$

$$Q = \text{mean}(\text{abs}(q))$$

$$Q = 9.6585e+03$$



$$S = \max(p) - P$$

$$S = 1.1512e+04$$

I sada mozemo uociti da vrijedi:

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

$$S1 = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S1 = 1.1233e+04$$

## KOMPLEKSNA SNAGA

Karakteristicno je da se umnoskom struje i napona nekog elementa mreze dobiva snaga. Buduci da se u mrezaama izmjenicne struje koristi fazorski racun, nuzno je poznavati i izracun snage pomocu fazora.

Zato se definira **KOMPLEKSNA SNAGA**  $\underline{S}$

Kompleksna snaga je **kompleksan broj (ne fazor!)** koji se dobije umnoskom **fazora napona i konjugirano kompleksnim fazorom struje** (ili obrnuto)

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^*$$

Operacije sa kompleksnim brojevima omogucuju nam izvod sljedecih formula:

$$\underline{S} = U e^{j\phi_u} I e^{-j\phi_i}$$

$$\underline{S} = UI e^{j(\phi_u - \phi_i)}$$

$$\underline{S} = S e^{j\phi_u - \phi_i}$$

Vidimo da je kompleksna snaga  $\underline{S}$  odredjena pomocu prividne snage  $S$  i kutevima faznog pomaka napona i struje  $\phi_u$  i  $\phi_i$

Nadalje, rastavom na realnu i imaginarnu komponentu dobiva se:

$$\underline{S} = UI \cos(\phi_u - \phi_i) + jUI \sin(\phi_u - \phi_i)$$

$$\underline{S} = P + jQ$$

Dakle, kompleksna snaga je kompleksni broj cija je realna komponenta djelatna snaga  $P$ , a imaginarna komponenta je jalova snaga  $Q$ .

Vidimo jos i ulogu faktora  $\cos(\phi_u - \phi_i)$  - **FAKTOR SNAGE**, ako se prihvati oznaka  $\phi = \phi_u - \phi_i$  vrijedi:

$$\cos \phi = \frac{P}{S}$$

Faktor snage nam oznacava udio korisno iskoristene snage u ukupnoj snazi nekog elementa mreze!

Ukoliko se struja i napon mjere na nekoj kompleksnoj impedanciji  $\underline{Z}$ , vrijedi:

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = \underline{U} \frac{\underline{U}^*}{\underline{Z}^*} = \frac{\underline{U}^2}{\underline{Z}^*} = \underline{I} \underline{Z} \underline{I}^* = I^2 \underline{Z}$$

Za one koje zele vise: Dokazi da je  $UI \cos(\phi_u - \phi_i) = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t)dt$ , ako

je  $u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \phi_u)$ ,  $i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \phi_i)$ .

## Rjesenja zadataka AV3

### Zadatak 1:

(Felja 2.124., str.40): Serijski RLC krug priključen je na sinusoidalni napon  $U = 100$  V promjenjive frekvencije,  $R = 50 \Omega$ ,  $L = 14,9$  mH i  $C = 1,7$  mF. Za frekvencije 600, 1000 i 1400 Hz izračunajte vrijednosti  $X_L$ ,  $X_C$ ,  $Z$ ,  $I^2 X_L$ ,  $I^2 X_C$ ,  $P$  i  $Q$ .

#### Zadano je:

$$U = 100 \text{ V}$$

$$R = 50 \Omega$$

$$L = 14,9 \text{ mH}$$

$$C = 1,7 \text{ mF}$$

$$\omega_1 = 600 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_2 = 1000 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_3 = 1400 \text{ s}^{-1}$$

#### Trazi se:

$$X_L, X_C, Z, P, Q, I^2 X_L, I^2 X_C$$

#### Rjesenje:

Prvo se izracunava sve elemente mreze:

$$X_L = \omega L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

`% Matlab kod:`

```
U = 100;
```

```
R = 50;
```

```
L = 14.9e-3;
```

```
C = 1.7e-3;
```

```
om = [600 1000 1400];
```

```
% U matlabu mozemo rjesavati za sva tri iznosa frekvencije odjednom - koristeci se
```

```
% vektorima! - Linearna algebra je jako korisna u buducnosti!
```

```
Xl = om*L
```

```
Xl = 1x3
    8.9400    14.9000    20.8600
```

```
% Tockica ispred znaka za djeljenje/mnozenje/kvadriranje sluzi za izbjegavanje
% matricnog mnozenja gdje ga ne zelimo! (Matlab = Matrix Laboratory, pa radi sa matricama)
```

```
Xc = 1./(om*C)
```

```
Xc = 1x3
    0.9804    0.5882    0.4202
```

```
Z = sqrt(R.^2+(Xl-Xc).^2)
```

```
Z = 1x3
    50.6296    52.0079    54.0165
```

Sa izracunatim iznosima impedancije racuna se ukupna struja - jos ne radimo sa fazorima!

$$I = \frac{U}{Z}$$

```
I = U./Z
```

```
I = 1x3
    1.9751    1.9228    1.8513
```

Sada mozemo racunati sve potrebne snage:

$$S = UI[VA]$$

$$P = I^2R[W]$$

$$Q = I^2X_L - I^2X_C[Var]$$

```
S = U.*I
```

```
S = 1x3
    197.5130    192.2783    185.1285
```

$$P = I.^2 * R$$

```
P = 1x3
    195.0568  184.8547  171.3628
```

$$I2X1 = I.^2 .* X1$$

```
I2X1 = 1x3
    34.8762  55.0867  71.4925
```

$$I2Xc = I.^2 .* Xc$$

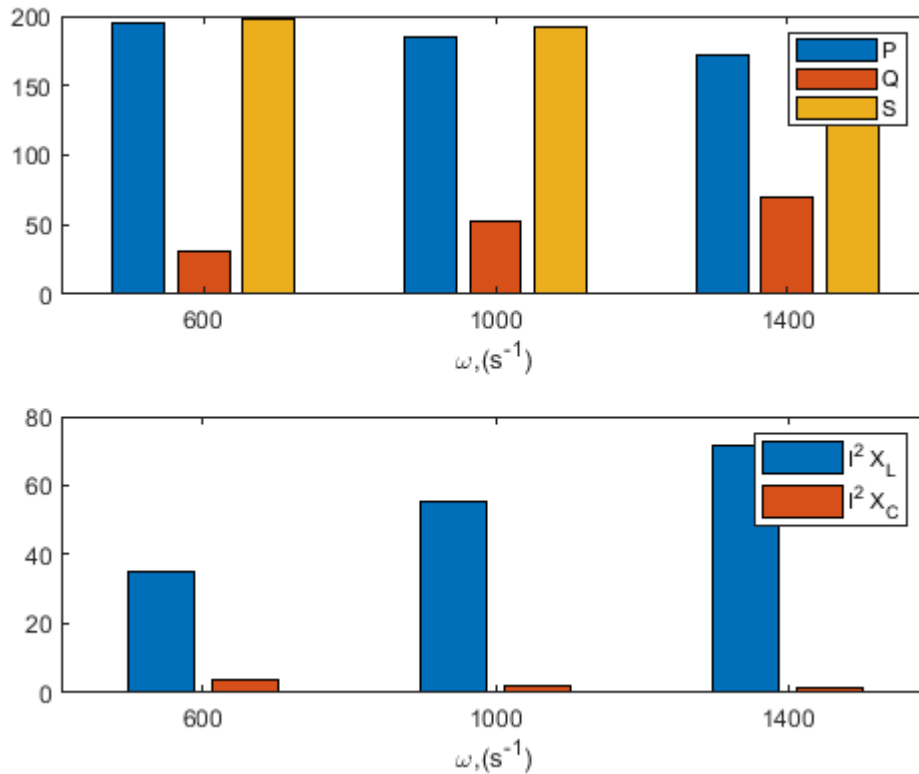
```
I2Xc = 1x3
    3.8246  2.1748  1.4400
```

$$Q = I2X1 - I2Xc$$

```
Q = 1x3
    31.0515  52.9119  70.0525
```

Promotrimo graficki dobivene rezultate:

```
figure;
subplot(2,1,1);
bar(om,[P;Q;S].');
legend('P','Q','S')
xlabel('\omega, (s^{-1})')
subplot(2,1,2);
bar(om,[I2X1;I2Xc].');
legend('I^2 X_L','I^2 X_C')
xlabel('\omega, (s^{-1})')
```



## Zadatak 2:

(Kuzmanović 5.5., str.138): Treba odrediti impedanciju  $\underline{Z}$  i struju  $\underline{I}$  ako je poznata prividna snaga  $S = 4 \text{ kVA}$ , faktor snage  $\cos(\phi) = 0,8$  (kap.) i napon  $\underline{U} = 220\angle -30^\circ \text{ V}$

### Zadano je:

$$S = 4 \text{ kVA}$$

$$\cos \phi = 0.8 \text{ (kapacitivno)}$$

$$\underline{U} = 220e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

```

j = 1i; % definiranje imaginarne jedinice u matalbu
S = 4e3;
cos_phi = 0.8;
U = 220*exp(-j*pi/6);

```

### Traži se:

$\underline{Z}, \underline{I}$

### Rjesenje:

Rjesavanje se pocinje odredjivanjem kuta impedancije i kompleksne snage (buduci da su oni isti):

Vrijedi:

$$\phi_z = \phi_s = \phi = \arccos(\cos \phi)$$

Pojavljuje se problem odredjivanja kuta  $\phi$  koji proizlazi iz parnosti cos funkcije ( $\cos(x) = \cos(-x)$ )

Zato nam je vazan podatak da je faktor snage **kapacitivan** - ovo nam znaci da ce kut morati biti negativan!

Dakle:

$$\phi = -\arccos(\cos \phi)$$

```
phi = - acos(cos_phi)
```

```
phi = -0.6435
```

Sa poznatim kutem moze se definirati **kompleksna snaga**  $\underline{S}$  iz koje se racunaju struja i impedancija:

$$\underline{S} = S e^{j\phi} [VA]$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{S}}{\underline{U}} [A]$$

$$\underline{Z} = \frac{U^2}{\underline{S}} [\Omega] \quad - U \text{ je iznos samo}$$

```
S = S *exp(j*phi)
```

```
S = 3.2000e+03 - 2.4000e+03i
```

```
I = S/U
```

```
I = 18.0513 - 2.1748i
```

```
Z = U^2/S
```

```
Z = 11.1273 - 4.7531i
```

```
Z = U/I
```

```
Z = 11.1273 - 4.7531i
```

### Zadatak 3:

(Felja 2.73., str.30): Svitak je priključen na mrežu izmjenične struje napona  $U = 150 \text{ V}$ . Jakost struje mu iznosi  $I = 6 \text{ A}$ , a djelatna snaga  $P = 540 \text{ W}$ . Odredite induktivitet svitka ako je frekvencija mrežnog napona  $f = 50 \text{ Hz}$ .

Zadano je:

$$U = 150 \text{ V}$$

$$I = 6 \text{ A}$$

$$P = 540 \text{ W}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$U = 150;$$

$$I = 6;$$

$$P = 540;$$

$$f = 50;$$

Traži se:

$$L[H]$$

Rjesenje zadatka:

Buduci da je u zadatku zadan **SVITAK** - nuzno je prvo znati da je svitak - zavojnica! Sastoji se od zice namotane na magnetsku ili nemagnetsku jezgru.

Kako se radi o zavojnici dominantno svojstvo mu je induktivitet  $L$ , ali i zica ima svoj otpor  $R$ . Upravo zato nadomjesni model svitka je **serijski RL** krug.

Upravo zato vrijedi:

$$\underline{Z} = R + jX_L$$

Djelatna snaga se trosi iskljucivo na djelatnom djelu impedancije ( $R$ ).

Pa vrijedi:

$$P = I^2 R$$

$$R = \frac{P}{I^2} [\Omega]$$

$$R = P/I^2$$

$$R = 15$$

Dalje mozemo odrediti ukupnu impedanciju  $Z$ :

$$Z = \frac{U}{I} [\Omega]$$

$$Z = U/I$$

$$Z = 25$$

Te reaktanciju  $X_L$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} [\Omega]$$

Iz koje slijedi i induktivitet:

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} [H]$$

$$X_L = \text{sqrt}(Z^2 - R^2)$$

$$X_L = 20$$

$$L = X_L / (2 * \pi * f)$$

$$L = 0.0637$$

#### Zadatak 4:

(Felja 2.40., str.24): Induktivni svitak je u krugu izvora sinusoidalnog napona  $U_1 = 100 \text{ V}$ , a kompleksna snaga je  $\underline{S} = 20 + j40 \text{ VA}$ . Odredite snagu koja se troši na toj zavojnici ako je priključimo na izvor istosmjernog napona  $U_2 = 100 \text{ V}$ .

**Zadano je:**

$$U_1 = 100 [V]_{ac}$$

$$\underline{S} = 20 + j40 [VA]$$

$$U_2 = 100 [V]_{dc}$$

$$\begin{aligned} U_1 &= 100; \\ S &= 20 + j * 40; \\ U_2 &= 100; \end{aligned}$$

**Trazi se:**

$$P_{dc}$$

**Rjesenje:**



Buduci da je induktivna reaktancija za frekvenciju 0 Hz jednaka 0, u za istosmjerno napajanje snaga se manifestira samo na djelatnom otporu R!

Dakle prvo iz izmjenicnih uvjeta racunamo djelatni otpor, i to tako da sve prvo iz snage i napona odredi struja, a zatim otpor:

$$I = \frac{S}{U} [A] \text{ Iznosi!}$$

$$R = \frac{\operatorname{Re}\{S\}}{I^2} = \frac{P_{AC}}{I^2} [\Omega]$$

$$P_{dc} = \frac{U_2^2}{R} [W]$$

$$I = \operatorname{abs}(S)/U1$$

$$I = 0.4472$$

$$R = \operatorname{real}(S)/I^2$$

$$R = 100.0000$$

$$Pdc = U2^2/R$$

$$Pdc = 100.0000$$

## Zadatak 5:

Kada je neka impedancija  $Z$  priključena na naponski izvor izmjereno je  $U = 200$  V,  $I = 10$  A i  $\cos \phi = 0,8$  (ind.). Kada se toj impedanciji paralelno priključi kondenzator C faktor snage se korigira na  $\cos \phi' = 0,95$  (ind.). Treba odrediti jalovu snagu koju je preuzeo kapacitet.

### Zadano je:

$$U = 200 [V]$$

$$I = 10 [A]$$

$$\cos \phi = 0.8(\text{ind})$$

$$\cos \phi' = 0.95(\text{ind})$$

$$U = 200;$$

$$I = 10;$$

$$\operatorname{cosphi1} = 0.8;$$

$$\operatorname{cosphi2} = 0.95;$$

### Trazi se:

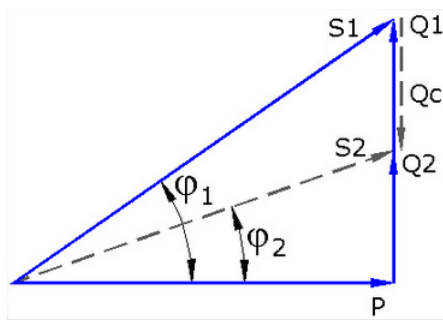
$$Q_C [VAR]$$

### Rjesenje zadatka:

U ovom zadatku se susrecemo s pojmom **kompencija jalove snage**. Naime kako induktivitet i kapacitet imaju dualne karakteristike, njihove trenutne jalove snage su u protufazi. Upravo zato je moguće kombinacijom tih elemenata osigurati da jalova snaga umjesto iz izvora prema reaktivnom trosilu zapravo oscilira između dva reaktivna trosila suprotnog karaktera.

Tada se ukupna reaktivna snaga koju izvor mora nadomjestiti smanjuje, što rezultira manjom prividnom snagom izvora i u konačnici strujom (ako je naponski izvor) ili naponom (ako je strujni izvor).

Sada vrijedi trokut snage:



Iz relacija trokuta snaga, u potpunosti je moguće riješiti ovaj zadatak:

$$P = UI \cos \phi_1 [W]$$

Djelatna snaga se kompenzacijom ne mijenja, ako se mijenja kut, a napon izvora je stalan, tada je došlo do promjene struje!

$$\phi_1 = \arccos(\cos \phi_1)$$

$$\phi_2 = \arccos(\cos \phi_2)$$

Kutevi  $\phi_1$  i  $\phi_2$  su **pozitivni** jer je **faktor snage induktivnog karaktera!**

$$P = U \cdot I \cdot \cos \phi_1$$

$$P = 1600$$

$$\phi_1 = \arccos(\cos \phi_1)$$

$$\phi_1 = 0.6435$$

$$\phi_2 = \arccos(\cos \phi_2)$$

$$\phi_2 = 0.3176$$

Sada iz trokuta snaga, pomoću trigonometrijskih relacija određujemo energiju kapaciteta:

$$Q_1 = UI \sin(\phi_1) [VAR]$$

$$\tan(\phi_2) = \frac{Q_2}{P} = \frac{Q_1 - Q_c}{P}$$

$$Q_c = Q_1 - P \tan \phi_2 \text{ [VAR]}$$

$$Q_1 = U \cdot I \cdot \sin(\phi_1)$$

$$Q_1 = 1.2000e+03$$

$$Q_c = Q_1 - P \cdot \tan(\phi_2)$$

$$Q_c = 674.1054$$

## Zadata 6:

(Kuzmanović 5.8., str.138): Na naponski izvor EMS  $\underline{E} = 100 \angle 30^\circ$  V unutarnje impedancije  $\underline{Z}_0 = 6 + j8 \ \Omega$  treba spojiti takvo trošilo impedancije  $Z$  da se na njemu troši maksimalna djelatna snaga. Treba odrediti parametre trošila i maksimalnu snagu.

### Zadano je:

$$\underline{E} = 100 e^{j\frac{\pi}{6}} \text{ [V]}$$

$$\underline{Z}_0 = 6 + j8 \text{ [\Omega]}$$

### Traži se:

$\underline{Z}$  - takav da je  $P$  - maksimalan!

### Rjesenje zadatka:

Prema teoremu maksimalne snage, realni naponski izvor daje maksimalnu snagu kada je na njega spojeno trosilo koje je točno konjugirano kompleksne impedancije u odnosu na vlastitu impedanciju izvora:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_0^*$$

Dakle

$$\underline{Z} = 6 - j8 \text{ [\Omega]}$$

Sada je ukupna impedancija:

$$\underline{Z}_{uk} = \underline{Z} + \underline{Z}_0 = 12 \text{ [\Omega]}$$

I djelatna snaga izvora je jednaka prividnoj snazi:

$$P = S = E^2 / Z_{uk} \text{ [W]}$$

$$P = 100^2 / 12$$

$$P = 833.3333$$

A snaga trosila je upravo polovina ukupne snage (buduci da su imepdancije trosila i izvora jednake, jednoliko se raspoređuje snaga), a zbog jednakog iznosa i različitog predznaka reaktancije izvora i trošila se poništavaju te se snaga trošila računa prema sljedećem izrazu:

$$P_t = I^2 Z_t = \left(\frac{U}{Z_{uk}}\right)^2 R_t \text{ [W]}$$

$$P_t = 100^2 / 12^2 * 6$$

$$P_t = 416.6667$$