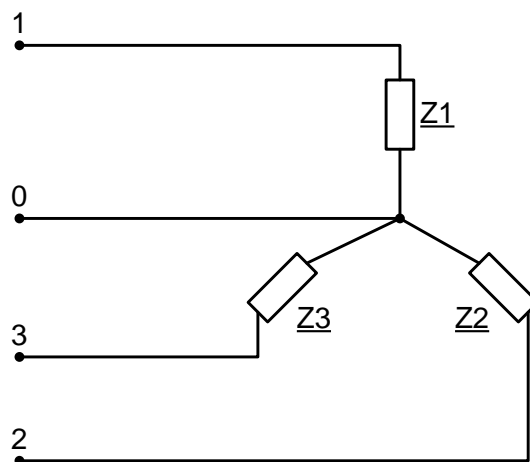


AV\_8-Z\_1: U shemi na slici 1 odrediti struju kroz nulti vodič. Zadano je:  $\underline{Z}_1 = 3+j4 \Omega$ ,  $\underline{Z}_2 = 6+j8 \Omega$ ,  $\underline{Z}_3 = 12 + j16 \Omega$  i linijski napon  $U_l = 173 \text{ V}$ .



SLIKA 1

**Rješenje:**

Poznati podaci:  $\underline{Z}_1 = 3 + j4 \Omega$ ,  $\underline{Z}_2 = 6 + j8 \Omega$ ,  $\underline{Z}_3 = 12 + j16 \Omega$ ,  $U_l = 173 \text{ V}$

Potrebno odrediti:  $\underline{I}_0$

Možemo primijetiti da se impedancije trošila u pojedinim fazama razlikuju te je riječ o nesimetričnom trošilu. Nesimetrično trošilo je spojeno u spoj zvijezda s nulvodičem koji spaja zvjezdaste trošila sa zvjezdištem izvora. Zbog postojanja nulvodiča fazni naponi trošila bit će jednaki faznim naponima izvora, a nulvodičem će teći struja  $\underline{I}_0$ .

Prvo određujemo iznos faznog napona:

$$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = \frac{173}{\sqrt{3}} = 100 \text{ V}$$

Fazori napona pojedinih faza su prema tome:

$$\underline{U}_{f1} = 100 \cdot e^{j0^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{U}_{f2} = 100 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{U}_{f3} = 100 \cdot e^{j120^\circ} \text{ V}$$

Iz poznatih faznih napona i impedancija određujemo odgovarajuće fazne struje trošila:

$$I_{f1} = \frac{U_{f1}}{Z_1} = \frac{100 \cdot e^{j0^\circ}}{5 \cdot e^{j53,13^\circ}} = 20e^{-j53,13^\circ} = 12 - j16 \text{ A}$$

$$I_{f2} = \frac{U_{f2}}{Z_2} = \frac{100 \cdot e^{-j120^\circ}}{10 \cdot e^{j53,13^\circ}} = 20e^{-j173,13^\circ} = -9,93 - j1,19 \text{ A}$$

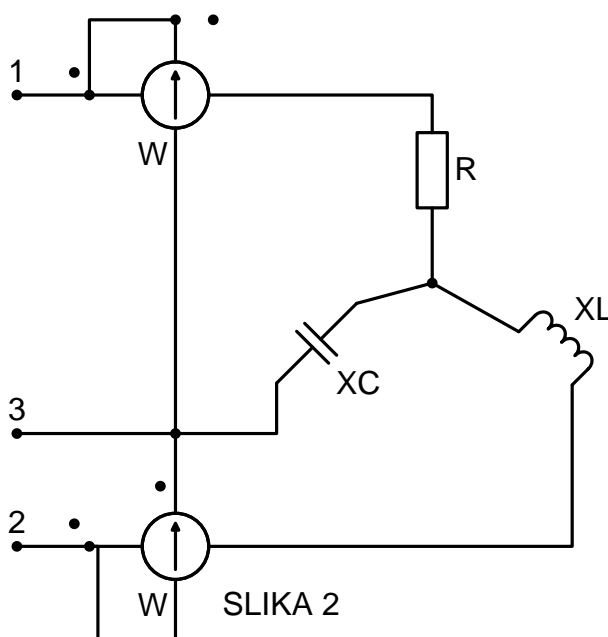
$$I_{f3} = \frac{U_{f3}}{Z_3} = \frac{100 \cdot e^{j120^\circ}}{20 \cdot e^{j53,13^\circ}} = 20e^{j66,87^\circ} = 1,96 - j4,59 \text{ A}$$

KZS za zvjezdište trošila daje struju nulvodiča:

$$I_0 = I_{f1} + I_{f2} + I_{f3} = 4,03 - j12,58 = 13,21e^{-j72,73^\circ} \text{ A}$$

$$I_0 = 13,21e^{-j72,73^\circ} \text{ A}$$

AV\_8-Z\_2: Odredite pokazivanje vatmetara u shemi na slici 2 ako je:  $U_l = 127 \text{ V}$ ,  $R = X_L = X_C = 100 \Omega$ .

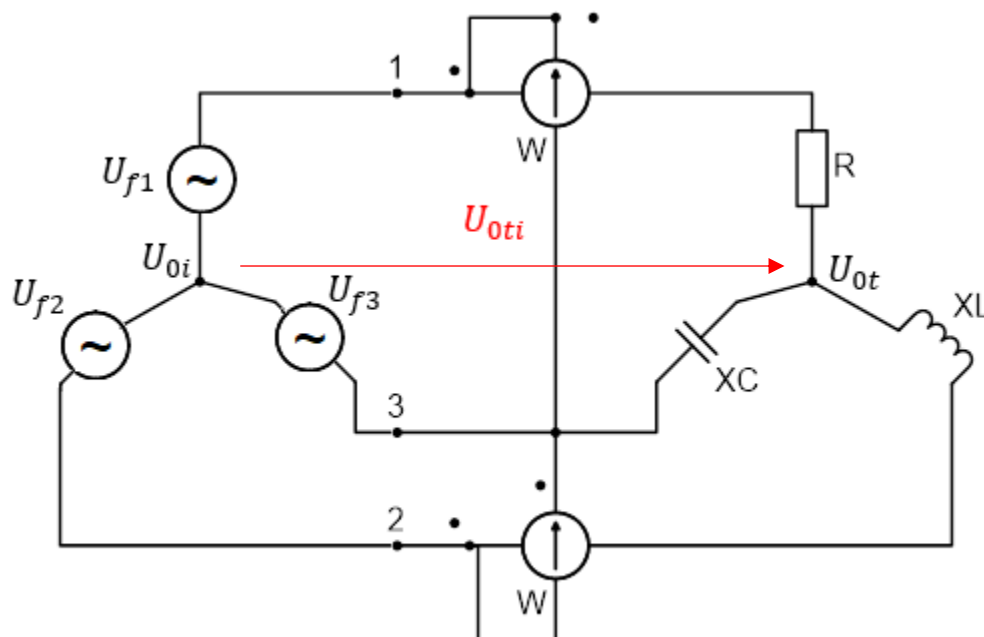


**Rješenje:**

Poznati podaci:  $U_l = 127 \text{ V}$ ,  $R = X_L = X_C = 100 \Omega$

Potrebno odrediti:  $P_1, P_2$

U zadatku je zadano nesimetrično trošilo u zvijezda spoju bez nulvodiča. To znači da fazni naponi trošila neće biti jednaki faznim naponima izvora, a razlikovat će se i međusobno. Kako bismo odredili fazne napone trošila, potrebno je odrediti napon zvjezdišta trošila:



Napon zvjedišta trošila moguće je odrediti pomoću Millmanovog teorema.

Millmanov teorem za računanje ukupnog napona realnih naponskih izvora međusobno spojenih u paralelu:

$$\underline{U} = \frac{\sum_{k=1}^n \underline{E}_k \underline{Y}_k}{\sum_{k=1}^n \underline{Y}_k}$$

U svakoj fazi na slici postoji jedan idealni naponski izvor i fazno trošilo, a sve faze su spojene paralelno. Prema tome vrijedi:

$$\underline{U}_{0ti} = \frac{\underline{U}_{f1} \cdot G + \underline{U}_{f2} \cdot (-jB_L) + \underline{U}_{f3} \cdot jB_C}{G - jB_L + jB_C}$$

Iznos vodljivosti i susceptancija je obrnuto proporcionalan otporu i reaktancijama:

$$G = B_L = B_C = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ S}$$

Fazni napon izvora:

$$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = \frac{127}{\sqrt{3}} = 73,32 \text{ V}$$

Fazori pojedinih faznih napona izvora:

$$\underline{U}_{f1} = 73,32 \cdot e^{j0^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{U}_{f2} = 73,32 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{U}_{f3} = 73,32 \cdot e^{j120^\circ} \text{ V}$$

Napon između zvjezdišta trošila i zvjezdišta izvora:

$$\underline{U}_{0ti} = \frac{73,32 \cdot e^{j0^\circ} \cdot 0,01 - 73,32 \cdot e^{-j120^\circ} \cdot j0,01 + 73,32 \cdot e^{j120^\circ} \cdot j0,01}{0,01 - j0,01 + j0,01}$$

$$\underline{U}_{0ti} = 53,67 \cdot e^{j180^\circ} = -53,68 \text{ V}$$

Pojedine fazne napone trošila računamo pomoću KZN-a za petlju koju čini izvor napona u pojedinoj fazi, trošilo te faze i  $\underline{U}_{0ti}$ :

$$\underline{U}_{f1} - \underline{U}_{ft1} - \underline{U}_{0ti} = 0$$

$$\underline{U}_{ft1} = \underline{U}_{f1} - \underline{U}_{0ti}$$

$$\underline{U}_{ft1} = 73,32 \cdot e^{j0^\circ} - 53,67 \cdot e^{j180^\circ} = 127e^{j0^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{U}_{ft2} = \underline{U}_{f2} - \underline{U}_{0ti}$$

$$\underline{U}_{ft2} = 73,32 \cdot e^{-j120^\circ} - 53,67 \cdot e^{j180^\circ} = 65,74e^{-j75^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{U}_{ft3} = \underline{U}_{f3} - \underline{U}_{0ti}$$

$$\underline{U}_{ft3} = 73,32 \cdot e^{j120^\circ} - 53,67 \cdot e^{j180^\circ} = 65,74e^{j75^\circ} \text{ V}$$

Da bismo izračunali tražene djelatne snage koje pokazuju vatmetri, potrebno je još odrediti fazne struje  $\underline{I}_1$  i  $\underline{I}_2$ :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{ft1}}{R} = 1,27e^{j0^\circ} \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_{ft2}}{jX_L} = 0,657e^{j195^\circ} \text{ A}$$

**Vatmetar 1** mjeri struju  $I_1$  i linijski napon  $U_{31}$ .

$$\underline{U}_{13} = \underline{U}_1 - \underline{U}_3 = 73,32 - 73,32e^{j120^\circ} = 109,98 + j63,50 = 127e^{j30^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_{12} \cdot I_1^* = 127e^{j30^\circ} \cdot 1,27e^{j0^\circ} = 161,29e^{j30^\circ} \text{ VA}$$

$$P_1 = \text{Re}\{\underline{S}_1\} = S_1 \cos(-30^\circ) = 139,68 \text{ W}$$

$$P_1 = 139,68 \text{ W}$$

**Vatmetar 2** mjeri struju  $I_2$  i linijski napon  $U_{32}$ .

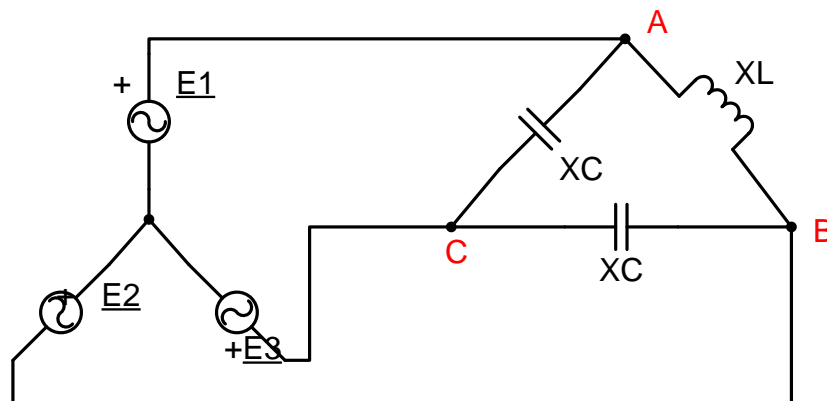
$$\underline{U}_{32} = \underline{U}_3 - \underline{U}_2 = 73,32e^{j120^\circ} - 73,32e^{-j120^\circ} = 0 - j127 = 127e^{-j90^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_{12} \cdot I_2^* = 127e^{-j90^\circ} \cdot 0,657e^{-j195^\circ} = 83,44e^{j75^\circ} \text{ VA}$$

$$P_2 = \text{Re}\{\underline{S}_2\} = S_2 \cos(75^\circ) = 21,60 \text{ W}$$

$$P_2 = 21,60 \text{ W}$$

AV\_8-Z\_3: Za trofazno trošilo prema slici 3 odredite sve linijske i fazne struje, sve reaktivne snage faza i ukupnu reaktivnu snagu. Zadano je  $U_f = 127 \text{ V}$ ,  $X_L = 22 \text{ } \Omega$  i  $X_C = 11 \text{ } \Omega$ .



SLIKA 3

**Rješenje:**

Poznati podaci:  $U_f = 127 \text{ V}$ ,  $X_L = 22 \text{ } \Omega$ ,  $X_C = 11 \text{ } \Omega$

Potrebno odrediti:  $I_A, I_B, I_C, I_{AB}, I_{BC}, I_{CA}, Q_{AB}, Q_{BC}, Q_{CA}, Q$

Trošilo je spojeno u trokut pa fazne struje trošila računamo pomoću Ohmovog zakona iz linijskih napona i faznih impedancija. Iznos linijskog napona je:

$$U_l = \sqrt{3} \cdot U_f = \sqrt{3} \cdot 127 = 220 \text{ V}$$

Fazore linijskih napona možemo definirati na sljedeći način:

$$\underline{U}_{AB} = 220e^{j0^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{U}_{BC} = 220e^{-j120^\circ} \text{ V}$$

$$\underline{U}_{CA} = 220e^{j120^\circ} \text{ V}$$

Fazne struje trošila su prema tome:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{jX_L} = \frac{220e^{j0^\circ}}{22e^{j90^\circ}} = 10e^{-j90^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{-jX_C} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{11e^{-j90^\circ}} = 20e^{-j30^\circ} \text{ A}$$

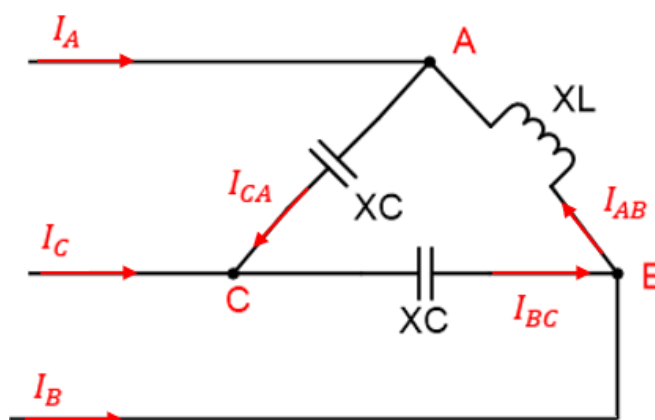
$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{-jX_C} = \frac{220e^{j120^\circ}}{11e^{-j90^\circ}} = 20e^{j210^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{AB} = 10e^{-j90^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{BC} = 20e^{-j30^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_{CA} = 20e^{j210^\circ} \text{ A}$$

Linijske struje izvora računamo iz KZS-a za pojedini čvor:



$$\underline{I}_A = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{AB} = 20e^{j210^\circ} - 10e^{-j90^\circ} = 17,32e^{j180^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{BC} = 10e^{-j90^\circ} - 20e^{-j30^\circ} = 17,32e^{j180^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{CA} = 20e^{-j30^\circ} - 20e^{j210^\circ} = 34,64e^{j0^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I}_A = -17,32 \text{ A}$$

$$\underline{I}_B = -17,32 \text{ A}$$

$$\underline{I}_C = 34,64 \text{ A}$$

Reaktivne snage moguće je izračunati pomoću faznih struja i reaktancija. Pri tome je potrebno voditi računa o predznacima.

$$Q_{AB} = I_{AB}^2 \cdot X_L = 10^2 \cdot 22 = 2200 \text{ var}$$

$$Q_{BC} = I_{BC}^2 \cdot X_C = 20^2 \cdot 11 = 4400 \text{ var}$$

$$Q_{CA} = I_{CA}^2 \cdot X_C = 20^2 \cdot 11 = 4400 \text{ var}$$

$$Q_{AB} = 2200 \text{ var}$$

$$Q_{BC} = 4400 \text{ var}$$

$$Q_{CA} = 4400 \text{ var}$$

*Ukupna reaktivna snaga trošila je:*

$$Q = Q_{AB} - Q_{BC} - Q_{CA} = -6600 \text{ var}$$

$$Q = -6600 \text{ var}$$