

**ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET  
SVEUČILIŠTA J.J.STROSSMAYERA U OSIJEKU**

**MILICA PUŽAR, IVAN MANDIĆ**

**ELEKTRIČNI STROJEVI  
I  
POGONI**

**Predavanja**

**Osijek, 2008.**

# OSNOVE ELEKTROMEHANIČKE PRETVORBE ENERGIJE

## Potreba pretvorbe energije

### Osnovna literatura:

- Wolf, R.: Osnove električnih strojeva, Školska knjiga, Zagreb, 1995.
- Jurković, B., Elektromotorni pogoni, Školska knjiga, Zagreb, 1990.

### Dopunska literatura:

- Piotrovskij, L.M.: Električni strojevi, Tehnička knjiga, Zagreb 1970.
- Gugić, P., Električni servomotori, Školska knjiga, Zagreb, 1987.
- Marinović, N., Elektromotorna postrojenja, Školska knjiga, Zagreb, 1986.

### OSNOVE ELEKTROMEHANIČKE PRETVORBE ENERGIJE Potreba pretvorbe energije

- Treba li nam uopće električna energija?
- Ne, sama za sebe.

### OSNOVE ELEKTROMEHANIČKE PRETVORBE ENERGIJE Potreba pretvorbe energije

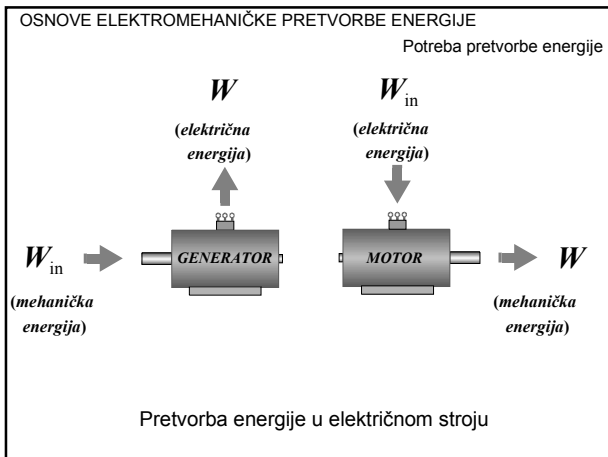
- U prirodi postoje različiti oblici energije:
  - mehanička (vjetar, valovi, plima, rijeke...)
  - kemijska (ugljen, nafta, drvo...)
  - energija mase (atomska)
  - toplinska (sunce, geotermalna...).
- Ali se ne nalazi tamo gdje nam treba, u obliku koji nam treba i u vremenu kad nam treba.
- A električna energija je jako prikladna za pretvorbu i prijenos, iako je nema slobodne u prirodi.

### OSNOVE ELEKTROMEHANIČKE PRETVORBE ENERGIJE Potreba pretvorbe energije

- Za pretvorbu veće količine energije pokazala se najprikladnija elektromehanička pretvorba.
- Elektromehanička pretvorba energije može biti dvosmjerna:
  - mehanička  $\Rightarrow$  električna
    - električni generator
  - električna  $\Rightarrow$  mehanička
    - električni motor

### OSNOVE ELEKTROMEHANIČKE PRETVORBE ENERGIJE Potreba pretvorbe energije

- Električni strojevi su elektromehanički uređaji koji služe za pretvorbu energije.
- Između električnih generatora i motora nema nikakve principijelne razlike.
- I jedni i drugi mogu pretvarati energiju u oba smjera: električnu u mehaničku i mehaničku u električnu.
- Stoga su generatori i motori po konstrukciji vrlo slični ili čak jednaki.
- Pri tome se koriste konstrukcije u kojima se jedan dio stroja vrti, pa se nazivaju rotacijski električni strojevi.

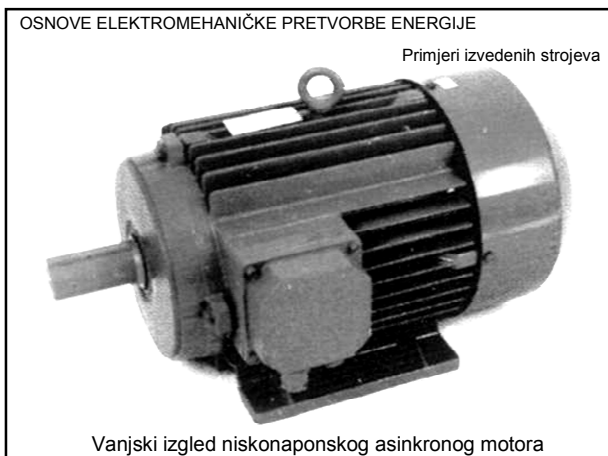


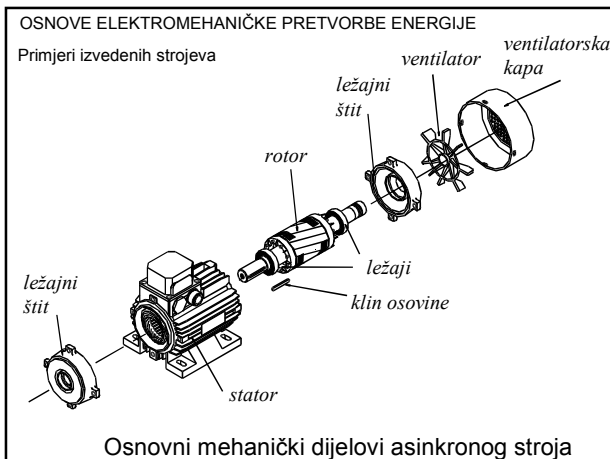
- OSNOVE ELEKTROMEHANIČKE PRETVORBE ENERGIJE  
Potreba pretvorbe energije
- Hoće li neki električni stroj raditi kao generator ili kao motor ovisi o načinu uporabe.
  - Ako stroju dovodimo mehaničku energiju preko osovine (vratila), on će raditi kao generator.
  - Ako pak stroju dovodimo električnu energiju, radit će kao motor.
  - Pretvorba se obavlja preko magnetskog polja.

OSNOVE ELEKTROMEHANIČKE PRETVORBE ENERGIJE

Primjeri izvedenih strojeva

- OSNOVE ELEKTROMEHANIČKE PRETVORBE ENERGIJE  
Primjeri izvedenih strojeva
- Električni strojevi izvode se za veliki raspon snaga.
  - Odnos snaga najvećih i najmanjih strojeva veći je od  $1:10^{12}$ .
  - Konstrukcijske izvedbe velikih i malih strojeva često su jako različite.





OSNOVE ELEKTROMEHAČIČKE PRETVORBE ENERGIJE

## Fizikalna osnova elektromehaničke pretvorbe energije

OSNOVE ELEKTROMEHAČIČKE PRETVORBE ENERGIJE  
Fizikalna osnova elektromehaničke pretvorbe energije

■ Rad svakog električnog stroja može se objasniti pomoću tri temeljna zakona elektrotehnike:

- Faradayev zakon elektromagnetske indukcije:
 
$$e = - \frac{d\Phi(t)}{dt}$$
- Ampereov zakon protjecanja:
 
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \Theta$$
- Ampereov zakon sile na vodič u magnetskom polju:
 
$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

OSNOVE ELEKTROMEHAČIČKE PRETVORBE ENERGIJE

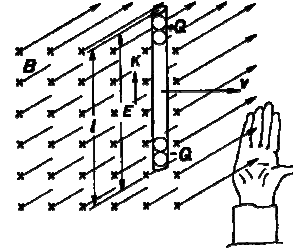
## Inducirani napon

- Ako u konstantnom magnetskom polju  $B$  pomiċemo vodiċ duljine  $l$  brzinom  $v$  inducirat ċe se u njemu napon:

$$E = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l}$$

- To lako moċemo izvesti iz Faradayevog zakona elektromagnetske indukcije.

- Smjer induciranog napona najlakĥe odredimo prema pravilu desne ruke:



- Postavimo li desnu ruku tako da nam silnice udaraju u dlan, a palac pokazuje smjer gibanja vodiċa, prsti pokazuju smjer induciranog napona.

- Iako u vodiċu imamo inducirani napon, to joĥ ne znaċi da dolazi do pretvorbe energije.
- Elektriċnu snagu, odnosno energiju ċemo imati samo ako imamo i elektriċnu struju u vodiċu:

$$P_{el} = EI$$

- Ako kroz vodiċ u magnetskom polju teċe elektriċna struja, na njega ċe djelovati sila.

## Sila na vodiċ

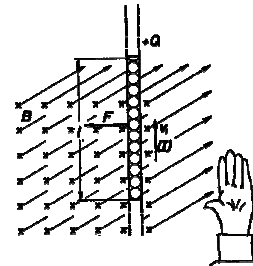
- Silu na vodiċ odreċujemo pomoċu Ampereovog zakona koji smo veċ naveli:

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

- Ovaj izraz vrijedi za bilo kakav meċusoban poloċaj vodiċa i vektora indukcije.
- Ako su vodiċ i vektor indukcije meċusobno okomiti moċemo raċunati jednostavnije:

$$F = I l B$$

- Smjer sile na vodiċ odreċujemo prema pravilu lijeve ruke:



- Postavimo li lijevu ruku tako da nam silnice udaraju u dlan, a ispruċeni prsti pokazuju smjer struje, palac pokazuje smjer sile na vodiċ.

- Slično kao što inducirani napon nije značilo da dolazi do pretvorbe energije, ni sila na vodič ne znači da dolazi do pretvorbe energije.
- Mehanička je snaga jednaka umnošku sile i brzine u smjeru sile:
 
$$P_{\text{mec}} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$
- Ako nema sile u smjeru gibanja, ili ako se vodič ne giba, mehanička snaga je također  $P_{\text{mec}} = 0$ , pa nema ni pretvorbe energije.

## Smjer pretvorbe

- Električnu snagu dobijemo ako se u vodiču inducira napon i ako njime teče struja.
- Mehaničku snagu dobijemo kad se vodič na koji djeluje sila giba.
- Električnu i mehaničku snagu dobit ćemo onda ako se u vodiču inducira napon, njime teče struja, i on se istodobno giba u magnetskom polju.

- U električnom generatoru dobivamo električnu energiju, t.j. izvršeni je električni rad pozitivan:

$$dW_{\text{el}} = E I dt$$

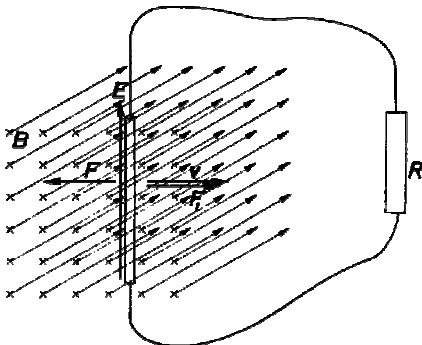
- Izvršeni je mehanički rad negativan:

$$dW_{\text{mec}} = -F v dt$$

- Ukupna suma rada je jednaka nuli:

$$dW_{\text{el}} + dW_{\text{mec}} = 0$$

- Pretvorbu energije u generatoru ilustrira sljedeća slika:



- U električnom motoru dobivamo mehaničku energiju, t.j. izvršeni je električni rad negativan:

$$dW_{\text{el}} = -E I dt$$

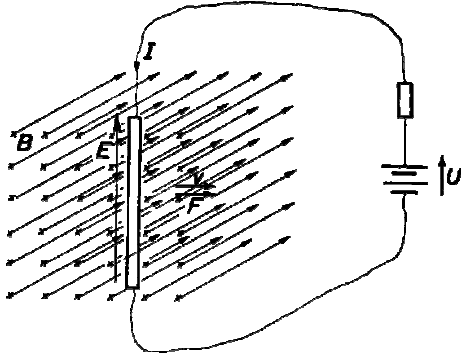
- Izvršeni je mehanički rad pozitivan:

$$dW_{\text{mec}} = F v dt$$

- A ukupna je suma rada opet jednaka nuli:

$$dW_{\text{el}} + dW_{\text{mec}} = 0$$

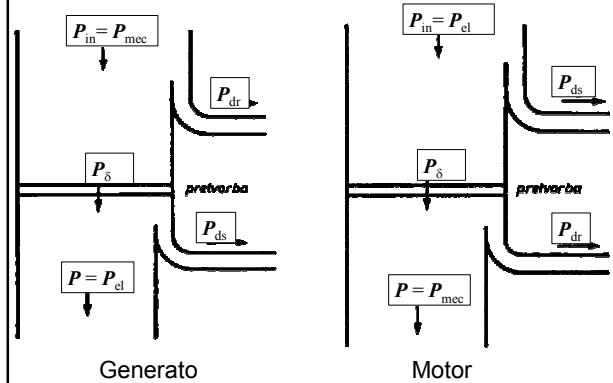
- Pretvorbu energije u motoru ilustrira sljedeća slika:



Bilanca energije

- U idealnom slučaju sva se uložena energija (električna ili mehanička) pretvori u drugi oblik, (mehanički ili električni).
- U realnim strojevima to nije slučaj, jer se dio energije troši (pretvara u toplinu) u samom pretvaraču.
- Taj dio energije smatramo izgubljenim.
- Pretvorbu energije prikazujemo kao kontinuirani proces dijagramima protoka snage.

- Dio se snage troši na statoru a dio na rotoru:



- Ekonomičnost se izražava omjerom predane i primljene radne snage koji se naziva stupnjem djelovanja stroja:

$$\eta = \frac{P}{P_{in}} = \frac{P}{P + P_d} < 1$$

$P_{in}$  – ulazna snaga

$P$  – izlazna snaga

$P_d$  – ukupni gubici snage

$$P_d = P_{ds} + P_{dr}$$

gubici u statoru

gubici u rotoru

## REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU

Elementi za realizaciju pretvorbe

REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU Elementi za realizaciju pretvorbe

■ Električna je snaga :

$$P_{el} = E I = v B I l$$

■ S druge strane je mehanička snaga:

$$P_{mec} = F v = I l B v$$

REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU Elementi za realizaciju pretvorbe

■ Za realizaciju pretvorbe treba :

- magnetsko polje
- vodič koji se nalazi u magnetskom polju
- mogućnost gibanja vodiča u magnetskom polju
- priključci vodiča na vanjski strujni krug
- mehanički uređaj za prenos mehaničke sile (momenta)

REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU

Magnetsko polje

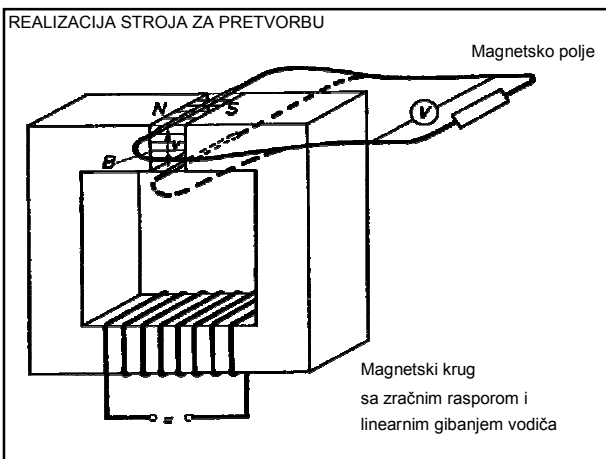
REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU Magnetsko polje

■ Magnetsko polje možemo stvoriti permanentnim magnetom ili elektromagnetom.

■ Da bi se vodič mogao kretati u magnetskom polju, ono mora biti u zraku.

■ Kako je zrak loš magnetski vodič, strojevi se uvijek izvode tako da se magnetski krug izvede od željeza koje se razreže, pa se tako dobije zračni raspor.

■ Vodič se tada može kretati u zračnom rasporu.



REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU

Njihanje i kružno gibanje



REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU Njihanje i kružno gibanje

- Linearno se gibanje može pretvoriti u kružno pomoću mehaničke kulise, ali to nije praktično.
- Pri kružnom gibanju govorimo o brzini vrtnje, koja se u tehnici najčešće mjeri brojem okretaja u minuti, a označava s  $n$ .
- Odnos između mehaničke kutne brzine  $\Omega_m$  [rad/s] i brzine vrtnje  $n$  [o/min] definiran je s:

$$\Omega_m = \frac{2\pi n}{60}$$

REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU Njihanje i kružno gibanje

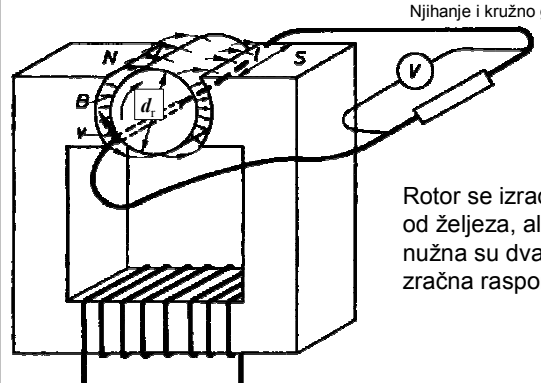
$\Omega_m = \frac{2\pi n}{60}$   $\omega = 2\pi f$   
električna kutna brzina – kružna frekvencija  
 $\Omega_m = \frac{\omega}{p}$   $\omega$   
mehanička kutna brzina

- Pri kružnom gibanju često govorimo i o obodnoj brzini:

$$v = \frac{d_r \pi n}{60}$$

vanjski promjer rotora

REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU Njihanje i kružno gibanje



Rotor se izrađuje od željeza, ali nužna su dva zračna raspora.

Vodič pri kružnom gibanju

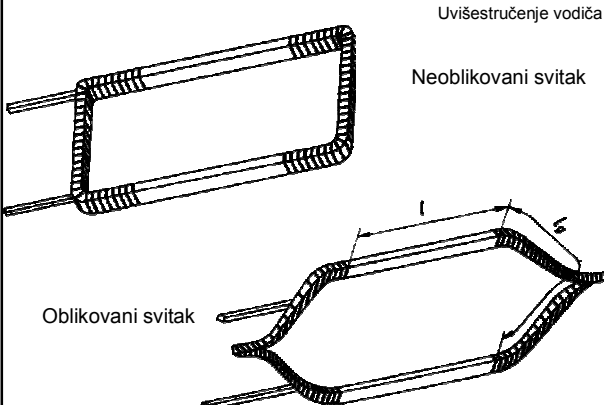
REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU

Uvišestručenje vodiča

REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU Uvišestručenje vodiča

- Osim kod jako velikih strojeva, inducirani je napon u pojedinom vodiču malen.
- Napon možemo povećati tako da više vodiča spojimo u seriju.
- Dva vodiča spojena u seriju nazivamo zavoj, više zavoja svitak.

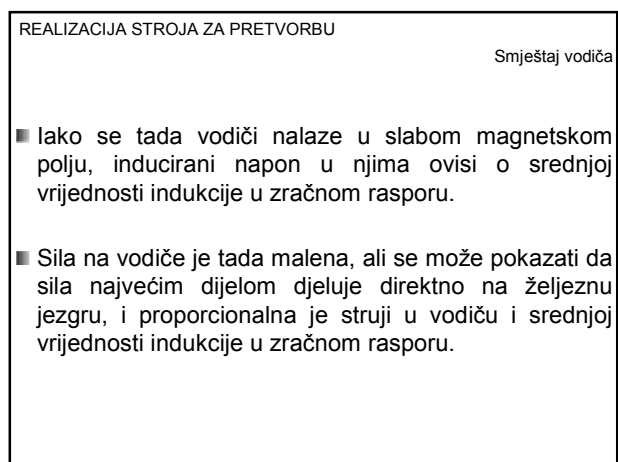
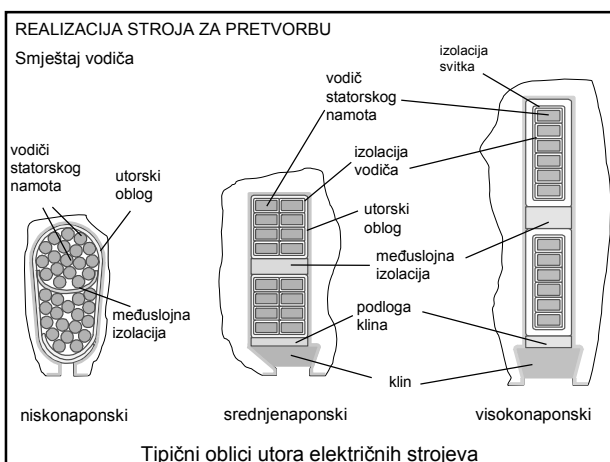
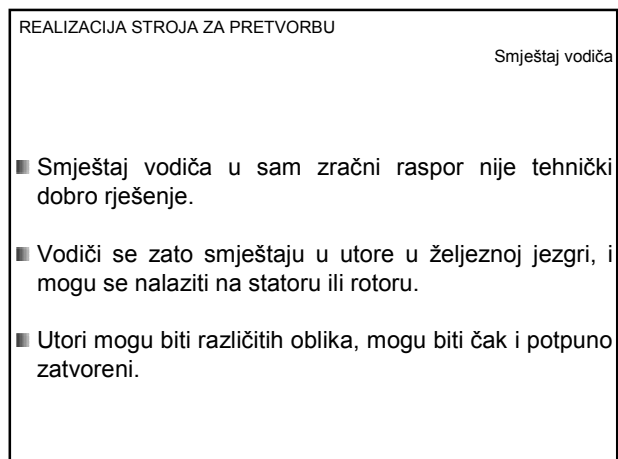
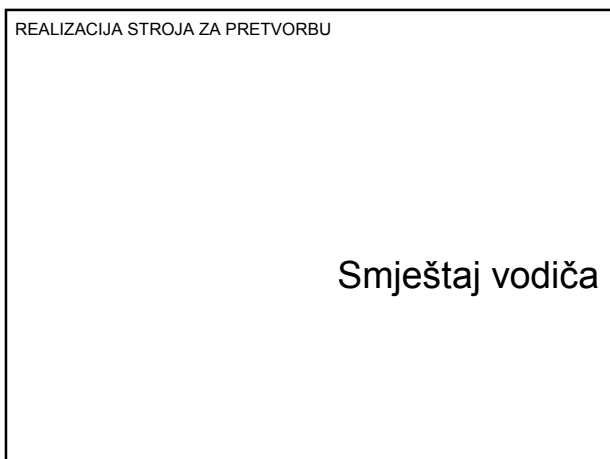
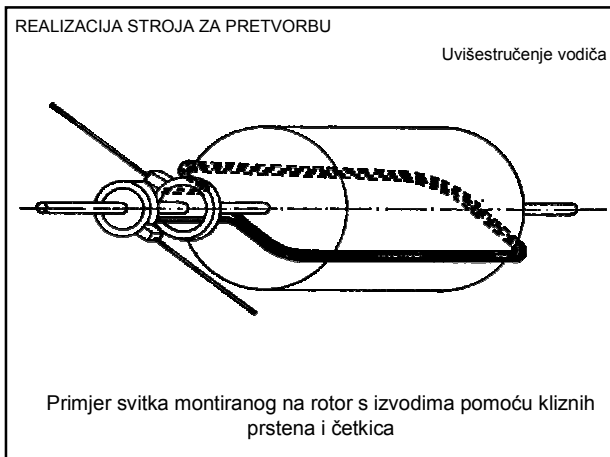
REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU Uvišestručenje vodiča



Uvišestručenje vodiča

Neoblikovani svitak

Oblikovani svitak



REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU

## Uzbudni dio i armatura

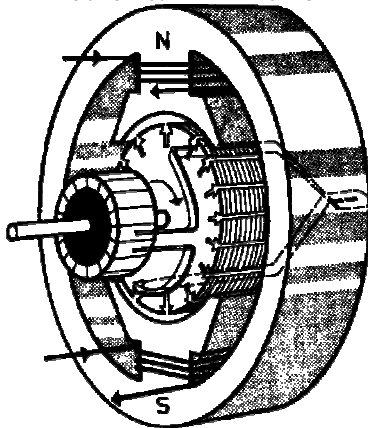
REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU

Uzbudni dio i armatura

- Uzbudni dio stroja je onaj dio na kojemu se nalazi uzbudni namot ili permanentni magneti.
- Na armaturnom dijelu stroja nalazi se namot u kojem se inducira napon i kojim teče struja opterećenja.
- Uzbuda kao i armatura mogu se nalaziti na rotoru ili statoru.

REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU

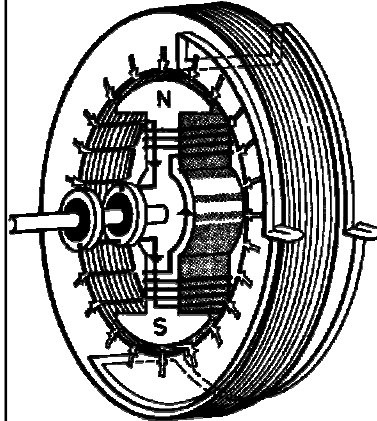
Uzbudni dio i armatura



Uzbuda na statoru,  
armatura na rotoru

REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU

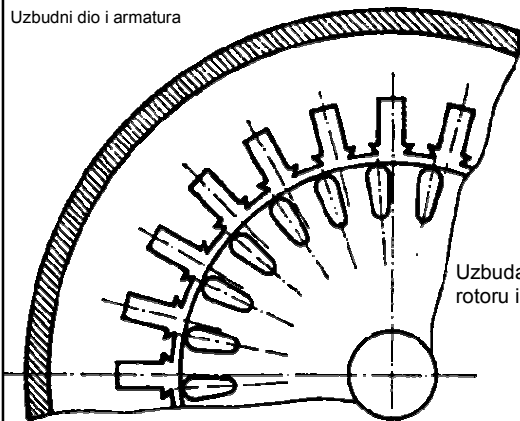
Uzbudni dio i armatura



Uzbuda na rotoru,  
armatura na statoru

REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU

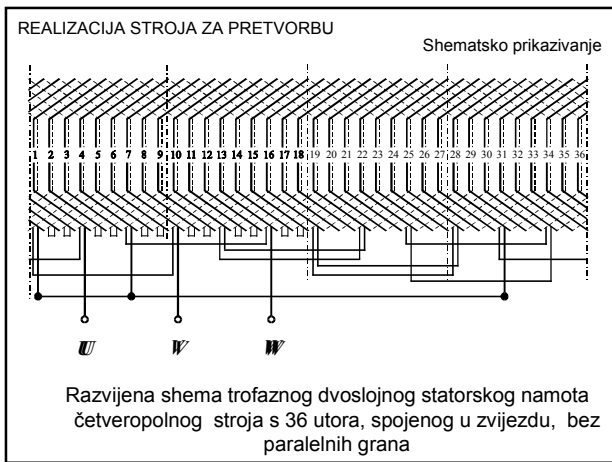
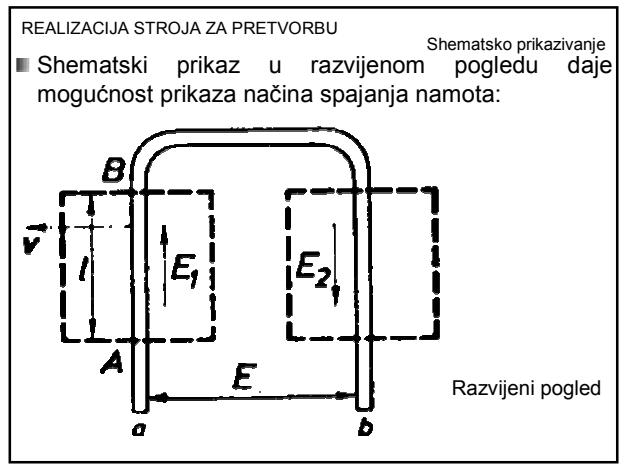
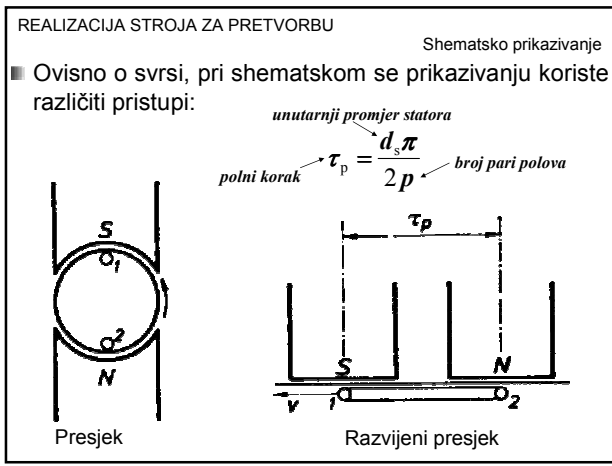
Uzbudni dio i armatura



Uzbuda na  
rotoru ili statoru

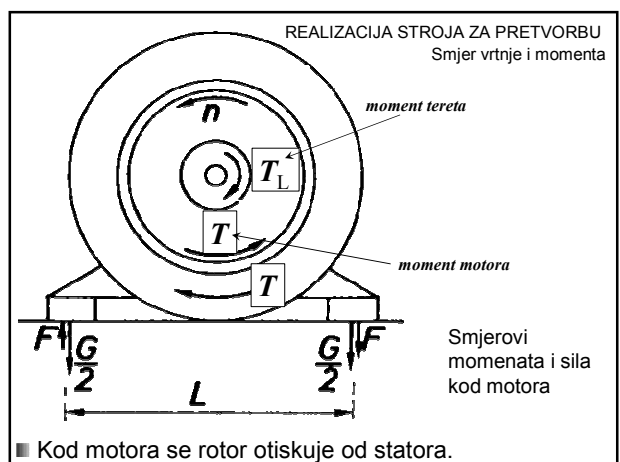
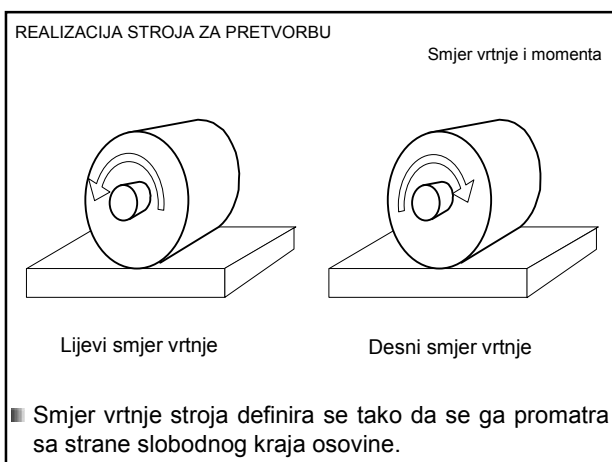
REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU

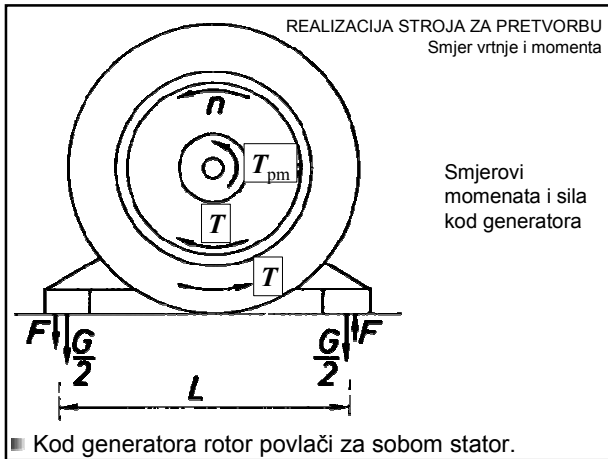
## Shematsko prikazivanje



REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU

Smjer vrtnje i momenta





REALIZACIJA STROJA ZA PRETVORBU  
Smjer vrtnje i momenta

- Razvijeni momenti unutar stroja moraju si uzajamno držati ravnotežu.
- Moment na osovini (t.j. vanjski moment) drži ravnotežu preko sila kojim postoje stroja djeluje na podlogu.
- Smjerovi tih momenata će se kod generatora i motora razlikovati pri istom smjeru vrtnje.

# MAGNETSKI KRUG

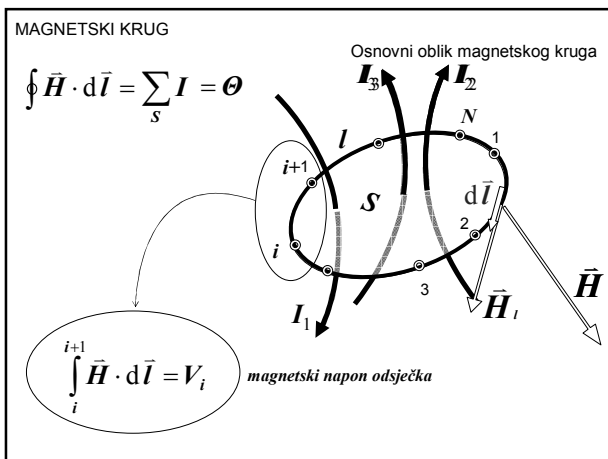
Osnovni oblik magnetskog kruga

MAGNETSKI KRUG  
Osnovni oblik magnetskog kruga

- Bitna razlika između magnetskog kruga transformatora i električnog rotacijskog stroja je zračni raspored, koji kod transformatora ne postoji.
- Pri rješavanju magnetskog kruga polazimo od Ampereovog zakona protjecanja:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \Theta$$

- $\Theta$  je suma svih obuhvaćenih struja, odnosno protjecanje.



MAGNETSKI KRUG  
Osnovni oblik magnetskog kruga

- Suma svih magnetskih napona odsječaka jednaka je ukupnom protjecanju:

$$\sum_1^N V_i = \Theta$$

- Da bismo riješili magnetski krug sa željezom, moramo još znati i ovisnost indukcije o jakosti magnetskog polja:

$$B = \mu H$$

MAGNETSKI KRUG Osnovni oblik magnetskog kruga

- Ova ovisnost nije za željezo linearna, tj. permeabilnost  $\mu$  nije konstantna.
- Određena je karakteristikom magnetiziranja magnetskog materijala.
- To vrijedi i za magnetski krug transformatora.
- Kod rotacijskih strojeva uz taj nelinearni magnetski otpor imamo u seriju spojen još i konstantni magnetski otpor zračnog raspora.

MAGNETSKI KRUG Osnovni oblik magnetskog kruga

Ampèreov zakon protjecnja  $\rightarrow H_{Fe} l_{Fe} + H_{\delta} \delta = IN = \Theta$

Zakon o konzervaciji magnetskog toka  $\rightarrow B_{\delta} S_{\delta} = B_{Fe} S_{Fe}$

Magnetski krug sa zračnim rasporom

MAGNETSKI KRUG Osnovni oblik magnetskog kruga

- Magnetski otpor zračnog raspora često je veći od magnetskog otpora ostatka magnetskog kruga.
- Svojstvo je zračnog raspora da djelomično linearizira karakteristiku magnetskog kruga.

- Magnetski krug sa zračnim rasporom rješavamo tako da krećemo od zadanog (odabranog) magnetskog toka.

MAGNETSKI KRUG

## Glavni i rasipni magnetski tok

MAGNETSKI KRUG Glavni i rasipni magnetski tok

- Glavni magnetski tok je onaj koji ulančuje vodiče armaturnog namota.
- Rasipni magnetski tok ne ulančuje vodiče armature.

MAGNETSKI KRUG Glavni i rasipni magnetski tok

- Rasipni magnetski tok je nepoželjan - nastojimo da on bude što manji jer:
  - povećava potrebnu uzбудnu struju,
  - djeluje na zasićenje u željezu,
  - povećava gubitke u stroju.

MAGNETSKI KRUG

# Oblici magnetskog kruga kod strojeva

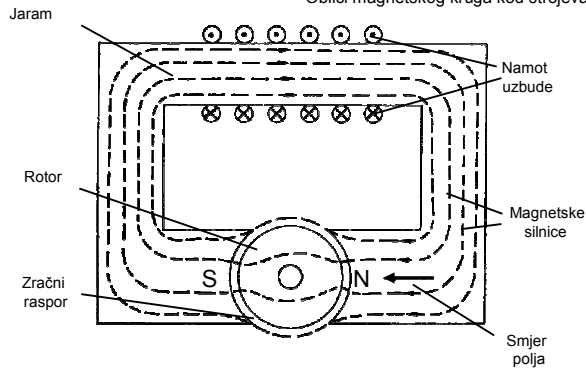
MAGNETSKI KRUG

Oblici magnetskog kruga kod strojeva

- Svi rotacijski strojevi imaju stator s okruglim provrtom, u kojemu se vrti rotor.
- Zbog različitih razloga - pretežno tehnoloških ili konstrukcijskih - ostatak se magnetskog kruga formira na različite načine.

MAGNETSKI KRUG

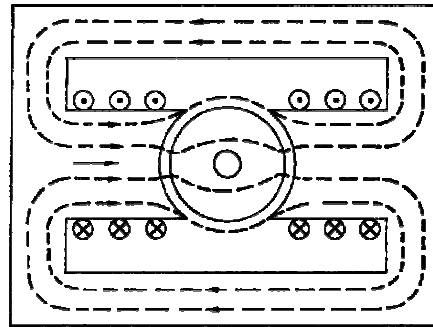
Oblici magnetskog kruga kod strojeva



Magnetski krug s uzbudom na statorskom jarmu

MAGNETSKI KRUG

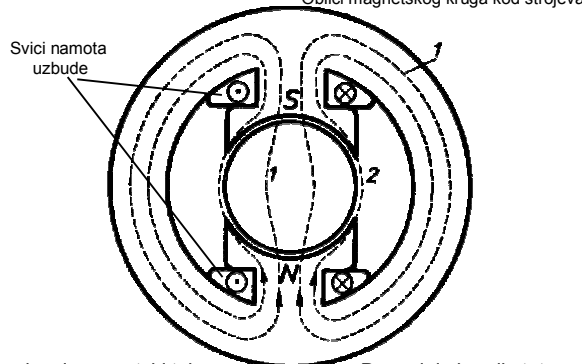
Oblici magnetskog kruga kod strojeva



Magnetski krug s uzbudom na polovima statora

MAGNETSKI KRUG

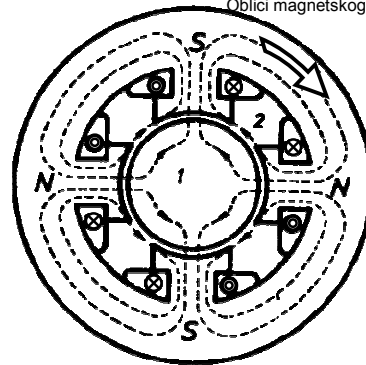
Oblici magnetskog kruga kod strojeva



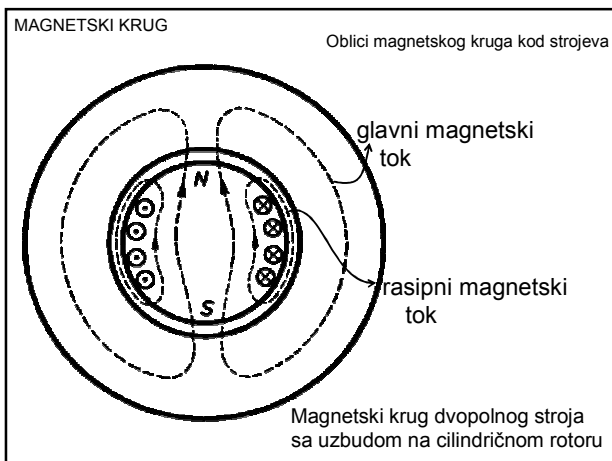
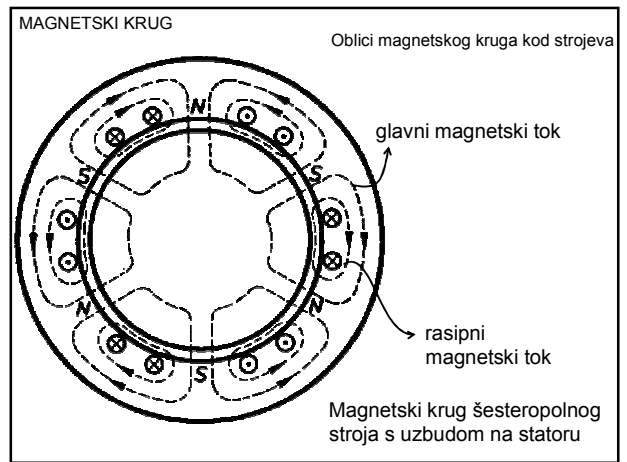
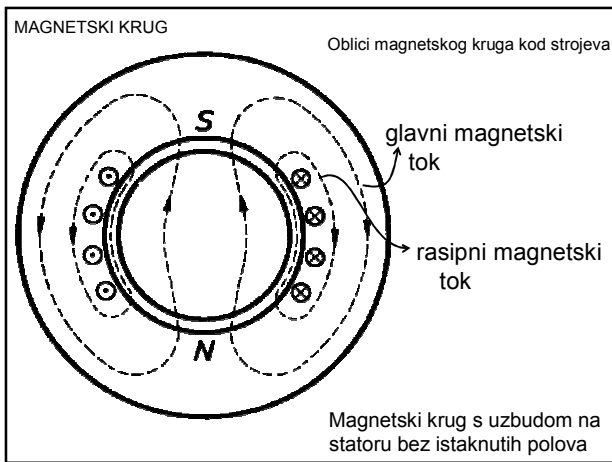
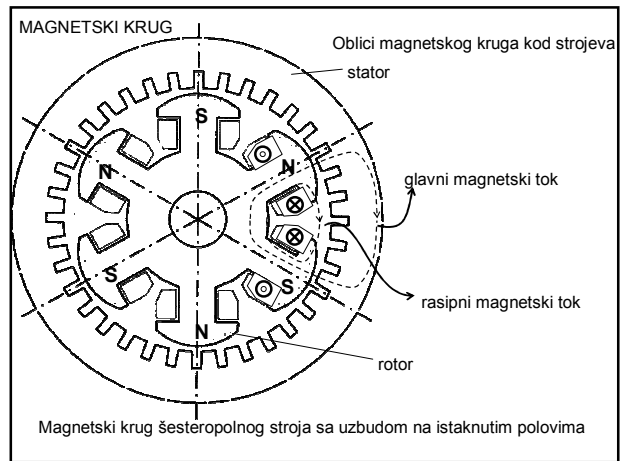
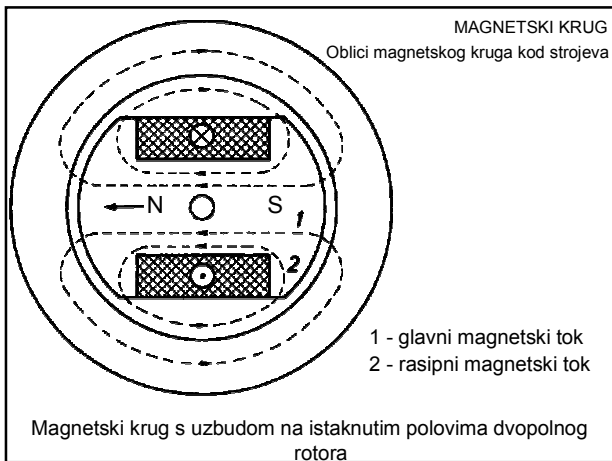
1 - glavni magnetski tok  
2 - rasipni magnetski tok  
Dvopolni okrugli stator s istaknutim polovima

MAGNETSKI KRUG

Oblici magnetskog kruga kod strojeva



1 - glavni magnetski tok  
2 - rasipni magnetski tok  
Četveropolni okrugli stator s istaknutim polovima



MAGNETSKI KRUG

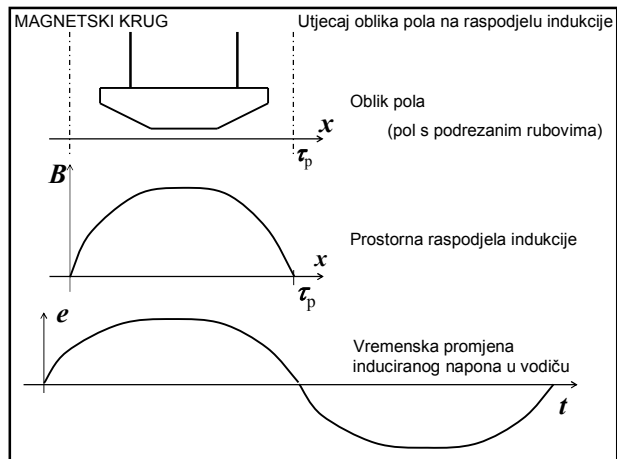
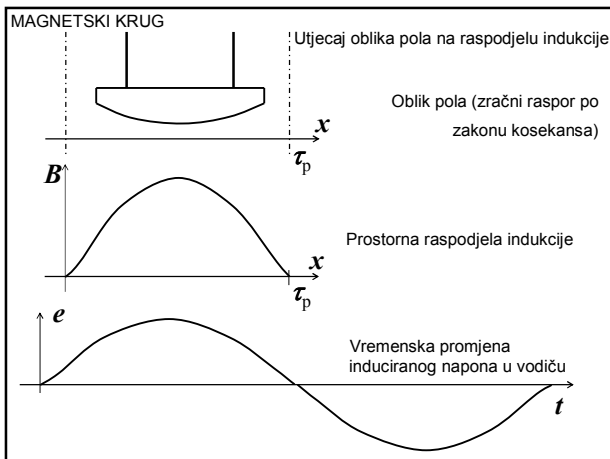
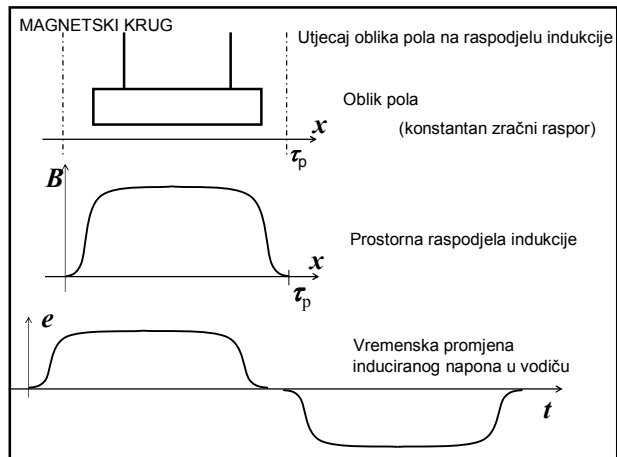
Utjecaj oblika pola na raspodjelu indukcije



MAGNETSKI KRUG

Utjecaj oblika pola na raspodjelu indukcije

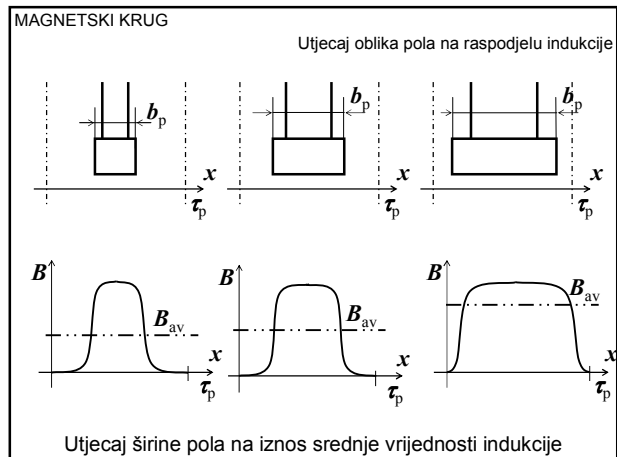
- Kod koncentrirane uzbude indukcija će biti obrnuto proporcionalna duljini zračnog raspora.
- Inducirani napon u vodiču iznosi:
 
$$E = B l v$$
- Uz konstantnu brzinu, inducirani napon preslikava prostornu raspodjelu indukcije u vremensko područje.
- Zato kod izmjeničnih strojeva oblikujemo magnetske polove tako da raspodjela indukcije bude što bliža sinusoidi.



MAGNETSKI KRUG

Utjecaj oblika pola na raspodjelu indukcije

- Kod strojeva za izmjenične napone nastojimo da inducirani napon bude što sličniji sinusoidi.
- S tog stanovišta, najprikladniji je oblik pola kod kojeg je zračni raspor promjenljiv po zakonu kosekansa.
- Umjesto toga često se koristi pol s podreznim rubovima.
- Koristi se i pol kružnog oblika, s radiusom zakrivljenosti manjim od radiusa provrta.



## MAGNETSKI KRUG

Utjecaj oblika pola na raspodjelu indukcije

- Kod istosmjernih strojeva nije nam važna raspodjela indukcije već nastojimo da nam ukupan magnetski tok bude što veći.
- To postizemo što većom širinom pola, i konstantnim zračnim rasporom.
- Širinu pola ipak moramo ograničiti zbog rasipnog magnetskog polja, jer ono ne smije biti preveliko.

## MAGNETSKI KRUG

### Gubici u željezu

## MAGNETSKI KRUG

Gubici u željezu

- Kod rotacijskih električnih strojeva uvijek imamo promjenljivo magnetsko polje barem u jednom dijelu magnetskog kruga, statoru ili rotoru.
- Promjenljivo magnetsko polje stvara u željezu gubitke histereze i vrtložnih struja, slično kao i kod transformatora.
- Zbog toga se ti dijelovi magnetskog kruga moraju izvesti lamelirano, od međusobno izoliranih magnetskih limova.

## MAGNETSKI KRUG

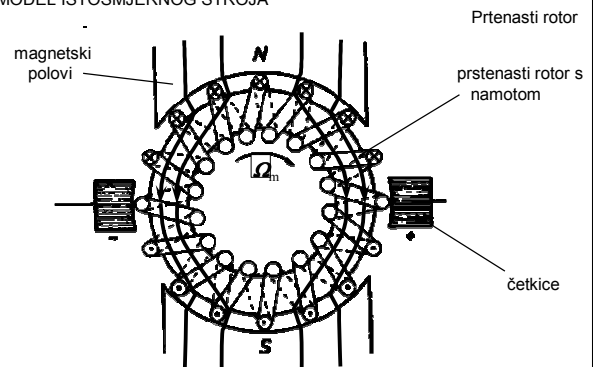
Gubici u željezu

- Specifični gubici u željezu kod rotacijskih strojeva veći su nego kod transformatora.
- Za to postoji više razloga:
  - složeni oblici magnetskog kruga kod strojeva uzrokuju lokalno visoke vrijednosti indukcije,
  - u nekim dijelovima stroja imamo rotacijsko, a ne samo pulsacijsko magnetsko polje,
  - utjecaj obrade limova je veći zbog utora itd.
- Zahtjevi na male gubitke u željezu manje su izraženi nego kod transformatora - rotacijski strojevi rijetko rade u režimu praznog hoda.

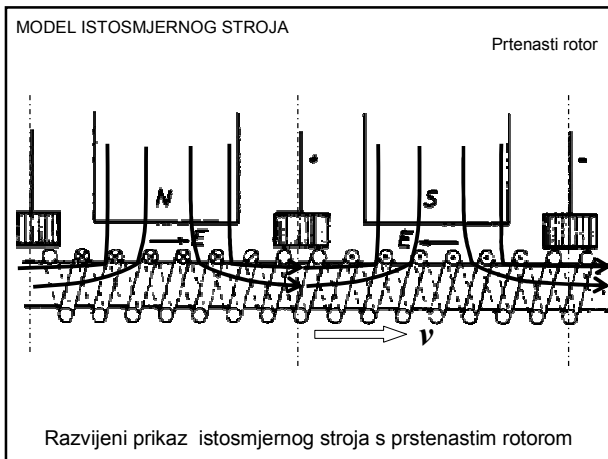
## MODEL ISTOSMJERNOG STROJA

Prstenasti rotor

## MODEL ISTOSMJERNOG STROJA



Shematski prikaz istosmjernog stroja s prstenastim rotorom

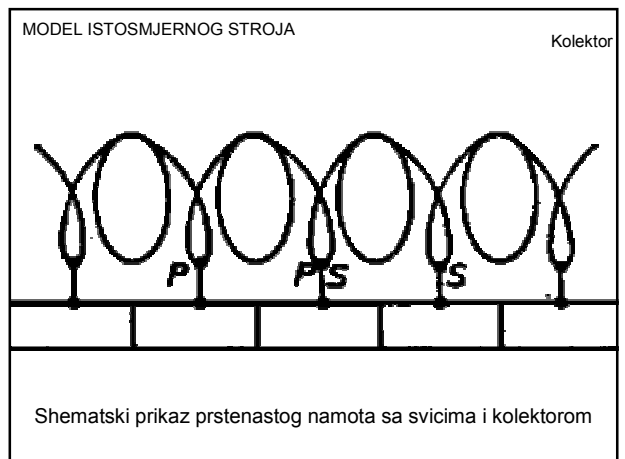
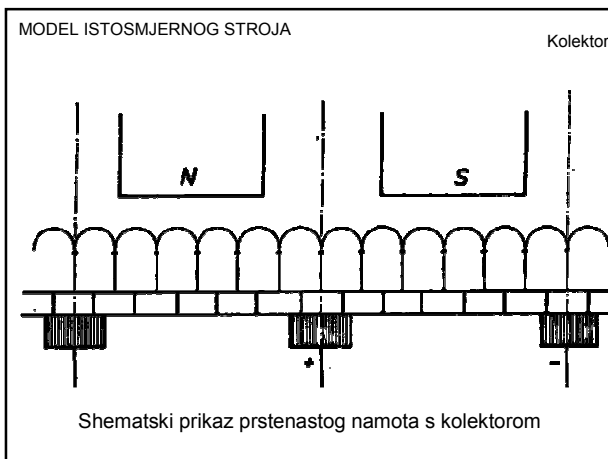


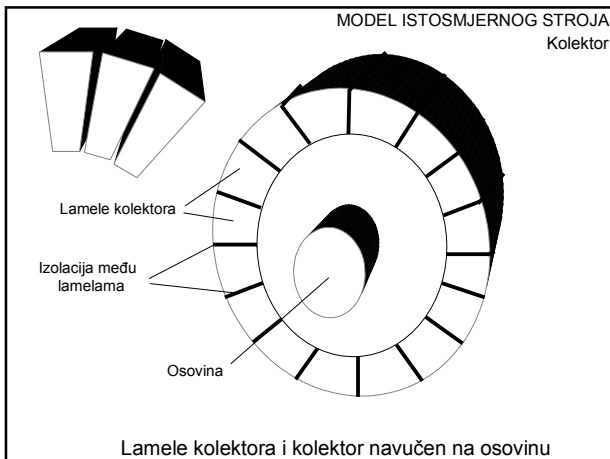
- MODEL ISTOSMJERNOG STROJA Prtenasti rotor
- Izvedba s prstenastim rotorom ima danas samo povijesno značenje.
  - Neke se osnovne značajke istosmjernog stroja mogu dobro razabrati upravo na prstenastom rotoru:
    - namot je zatvoren u sebe,
    - postoje dvije paralelne grane,
    - naponi u paralelnim granama drže si ravnotežu, i ako nema spoja na vanjski strujni krug, namotom neće teći struja.

- MODEL ISTOSMJERNOG STROJA Prtenasti rotor
- Osnovni su nedostaci ove izvedbe:
    - samo polovina vodiča je aktivna,
    - četkice klize direktno po vodičima.

MODEL ISTOSMJERNOG STROJA Prtenasti rotor

Kolektor

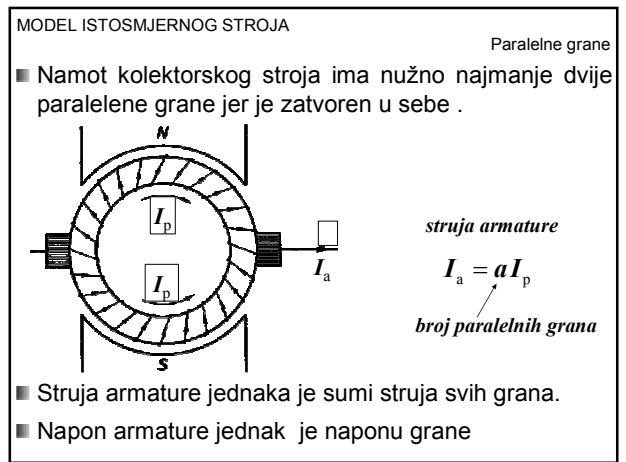




- MODEL ISTOSMJERNOG STROJA  
Kolektor
- Kolektor je poseban sklop sastavljen od međusobno izoliranih lamela.
  - Kolektor je sastavni dio rotora i montiran je na zajedničku osovinu.
  - Namijenjen je upravo prijenosu struje s rotora, i po njegovoj površini klize četkice, koje miruju.
  - Više zavoja grupirano je u svitke, a krajevi svitaka se spajaju na kolektor.
  - Kolektor ima toliko lamela, koliko ima svitaka. Namot je i dalje zatvoren u sebe.

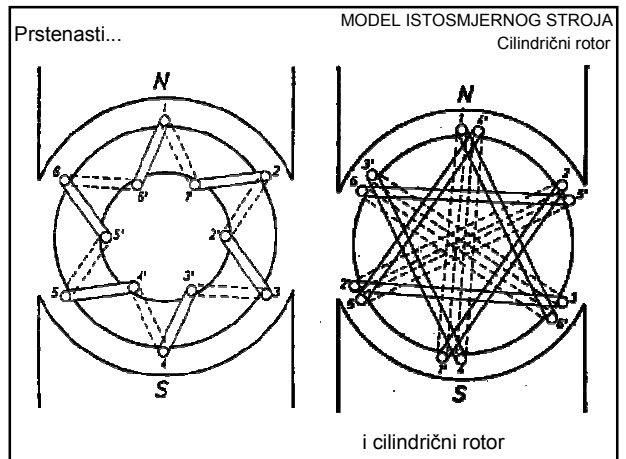
MODEL ISTOSMJERNOG STROJA

Paralelne grane



MODEL ISTOSMJERNOG STROJA

Cilindrični rotor

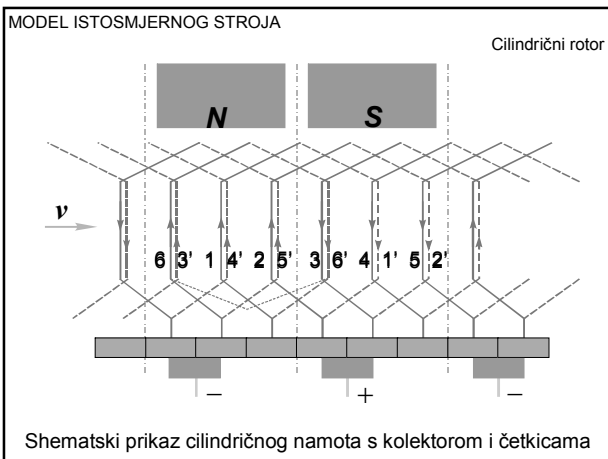


MODEL ISTOSMJERNOG STROJA Cilindrični rotor

- Osnovni je nedostatak prstenastog rotora što je uvijek manje od polovine ukupne duljine vodiča aktivno.
- Preostali dio vodiča ne nalazi se u magnetskom polju, i on ne sudjeluje u konverziji energije, ali u njemu se stvaraju gubici.
- Umjesto prstenastog zato se danas isključivo koristi cilindrični namot.

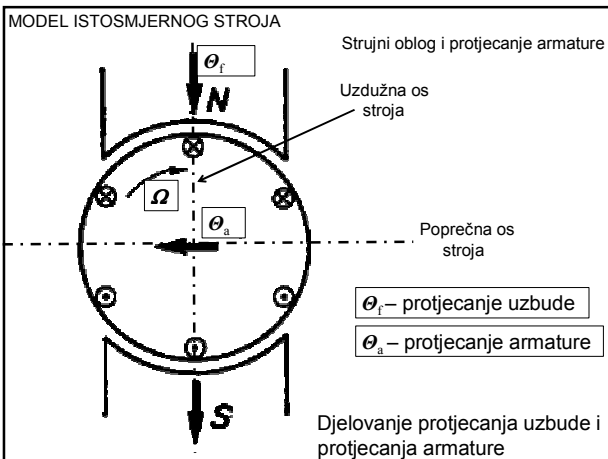
MODEL ISTOSMJERNOG STROJA Cilindrični rotor

- Dodatna je prednost cilindričnog (bubnjastog) namota njegova lakša izrada.
- Umjesto jedoslojnog namota, cilindrični je namot dvoslojni. U svakom utoru rotora nalaze se u različitim slojevima dva dijela dva različita svitka.
- Shema namota može biti složena, pa se uvijek prikazuje u razvijenom obliku.
- Iako se četkice nalaze u električki neutralnoj zoni, fizički su pomaknute u simetralu polova.



MODEL ISTOSMJERNOG STROJA

**Strujni oblog i protjecanje armature**

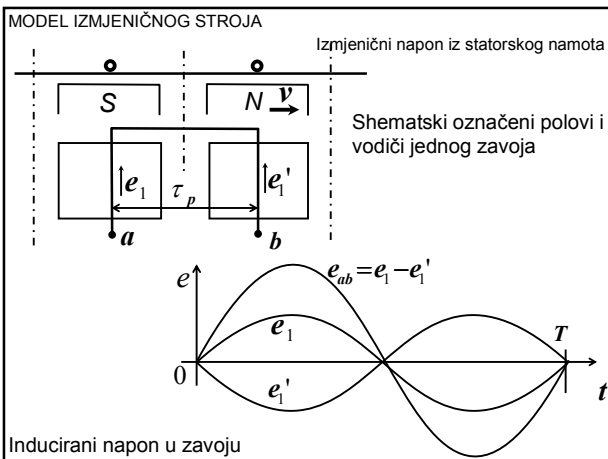
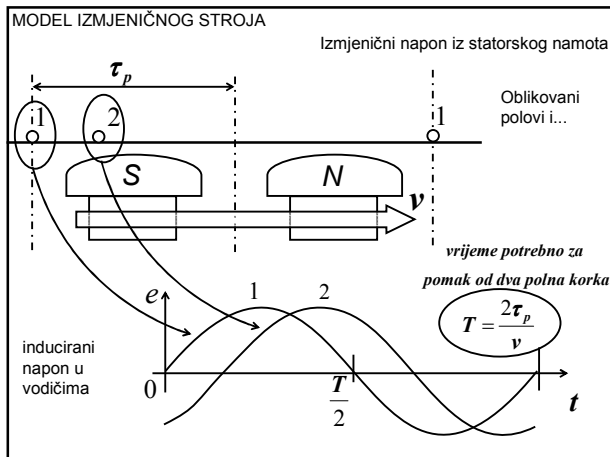


MODEL ISTOSMJERNOG STROJA Strujni oblog i protjecanje armature

- Uzbudni namot sa svojim zavojima stvara uzbudno protjecanje.
- Uzbudno protjecanje stvara magnetsko polje.
- Magnetsko polje ima smjer od sjevernog prema južnom magnetskom polu- uzdužni smjer.
- Armaturni namot raspoređen je po obodu rotora, pa kažemo da stvara strujni oblog [A/m].
- Strujni oblog armature stvara protjecanje koje djeluje okomito na uzdužni smjer - poprečni smjer.

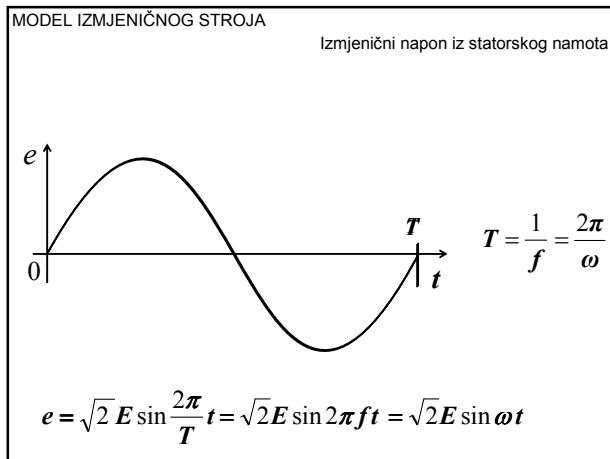
# MODEL IZMJENIČNOG STROJA

Izmjenični napon iz statorskog namota



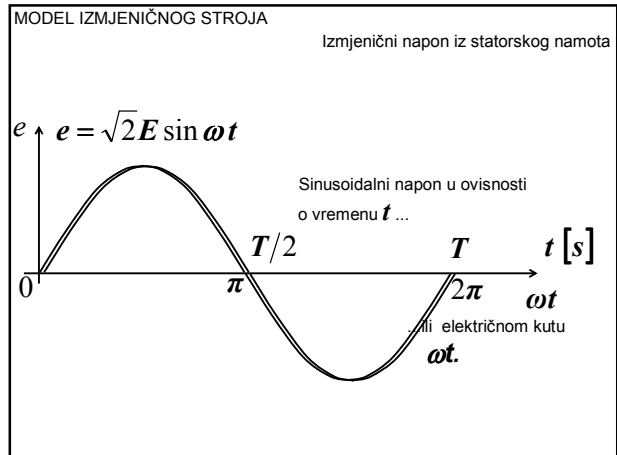
- MODEL IZMJENIČNOG STROJA
- Izmjenični napon iz statorskog namota
- Kod strojeva za izmjenične struje i napone želimo da inducirani napon bude sinusoidalan.
  - Inducirani napon preslikava prostornu raspodjelu indukcije, pa sinusoidalan napon u vodičima armature dobijemo uz sinusoidalnu raspodjelu indukcije.
  - To postizemo ili oblikovanjem pola ili raspodijeljenom uzbuđom.
  - Trajanje periode  $T$  inducirano napona je vrijeme potrebno da se rotor pomakne za dva polna koraka  $\tau_p$ .

- MODEL IZMJENIČNOG STROJA
- Izmjenični napon iz statorskog namota
- Ako su vodiči armature raspoređeni po obodu, naponi u njima imaju jednak oblik ali nisu istovremeni, tj. razlikuju se u fazi.
  - Napon u vodiču koji je pomaknut u smjeru gibanja rotora zaostaje u fazi.
  - U vodičima koji su pomaknuti za polni korak, fazni pomak iznosi  $180^\circ$ .
  - Ti su naponi jednakog iznosa i suprotnog predznaka.
  - Napon u zavoju je dvostrukog iznosa od napona u jednom vodiču.



MODEL IZMJENIČNOG STROJA Izmjenični napon iz statorskog namota

- Punom okretu, tj. zakretu za  $2\pi$  odgovara trajanje punog okreta.
- Za dvopolni stroj to je jednako trajanju jedne periode  $T$  inducirano napona.
- Pri promatranju električnih pojava često koristimo inverznu vrijednost periode, tj. broj titraja u jedinici vremena ili frekvenciju  $f$ .
- Pokazuje se da za dvopolni stroj vrijedi relacija  $\omega = 2\pi f$ , gdje je  $\omega$  električna kutna brzina, ali je pri promatranju električnih pojava nazivamo kružna frekvencija.

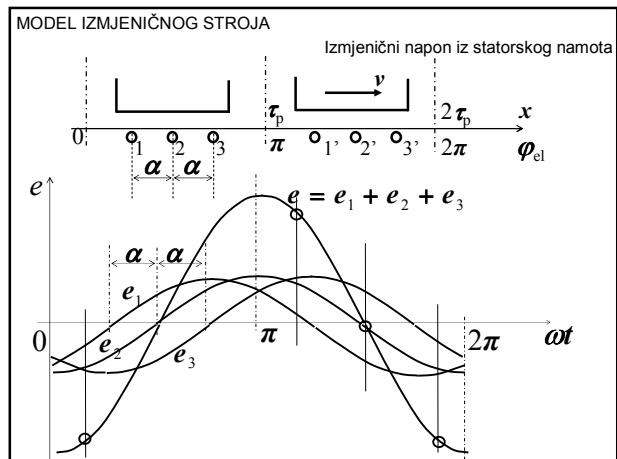


MODEL IZMJENIČNOG STROJA Izmjenični napon iz statorskog namota

- Kao i kod mehaničkog kretanja prevaljeni električni kut je :

$$\alpha = \omega t$$

- Kao i mehanički kut, električni kut je bezdimenzionalna veličina (radijan) koju koristimo kao argument za računanje i prikaz sinusoidalnih napona i struja.
- U grafičkom prikazu za apscisu pri tome koristimo vrijeme ili električni kut.



MODEL IZMJENIČNOG STROJA Izmjenični napon iz statorskog namota

$\underline{E} = \underline{E}_1 + \underline{E}_2 + \underline{E}_3$

Zbrajanje fazora napona induciranih u međusobno razmaknutim vodičima

MODEL IZMJENIČNOG STROJA Izmjenični napon iz statorskog namota

- U vodiču pomaknutom za električni kut  $\alpha$  inducirat će se napon koji je vremenski (tj. fazno) pomaknut za vrijeme  $t_\alpha$  potrebnom za pomak rotora od jednog vodiča do drugog:

$$\alpha = \frac{2\pi}{T} t_\alpha \qquad t_\alpha = \alpha \frac{T}{2\pi}$$

- Ako je drugi vodič pomaknut u smjeru vrtnje, taj napon ima vrijednost:

$$e = \sqrt{2}E \sin(\omega t - \alpha)$$

MODEL IZMJENIČNOG STROJA

Izmjenični napon iz statorskog namota

- Ako je prostorni pomak vodiča za jedan polni korak, napon u njemu bit će točno suprotnog smjera od napona u prvom vodiču.
- Takve napone možemo zbrojiti ako vodiče vežemo u seriju, u jedan zavoj.
- Na krajevima zavoja dobit ćemo napon dvostrukog iznosa.
- Ako je pomak za neki drugi kut moramo zbrajati trenutne vrijednosti napona u različitim vodičima.

MODEL IZMJENIČNOG STROJA

## Zonski faktor namota

MODEL IZMJENIČNOG STROJA

Zonski faktor namota

Zona namatanja kod dvopolnog stroja

MODEL IZMJENIČNOG STROJA

Zonski faktor namota

Zona namatanja kod četveropolnog stroja

$\alpha_{geom} = \frac{\alpha}{p}$

$\left(\frac{\pi}{2}\right)_{geom} = \pi_{el}$

MODEL IZMJENIČNOG STROJA

Zonski faktor namota

- Geometrijski i električni kut među susjednim utorima jednaki su za dvopolni stroj.
- Za višepolni stroj električni je kut  $p$  puta veći ( $p$  je broj pari polova):

$$\alpha = \alpha_{geom} \cdot p$$

- To znači da će fazni kut između fazora induciranih napona u susjednim utorima iznositi isto  $\alpha$ :

$$\alpha = 2p\pi / N$$

gdje je  $N$  ukupan broj utora.

MODEL IZMJENIČNOG STROJA

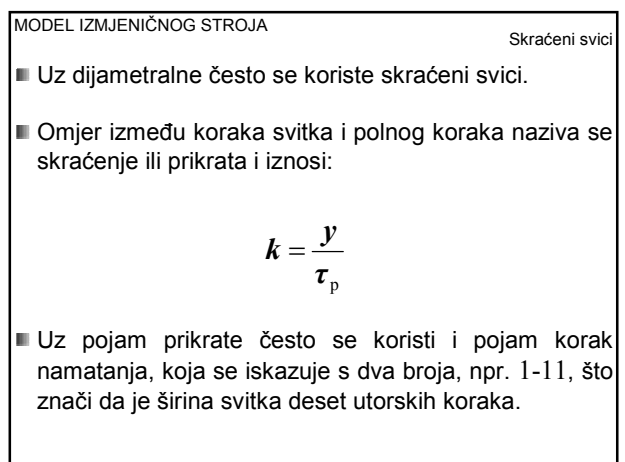
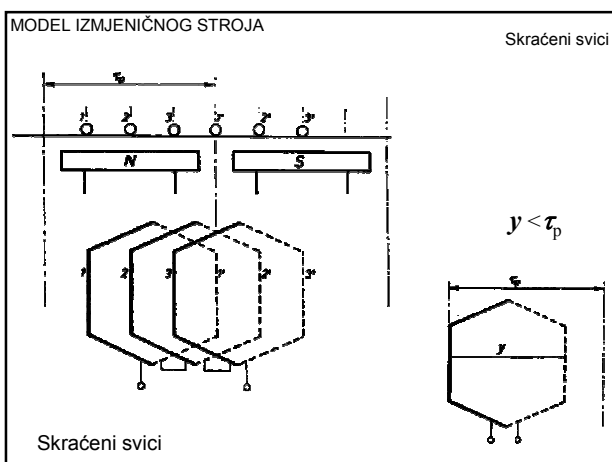
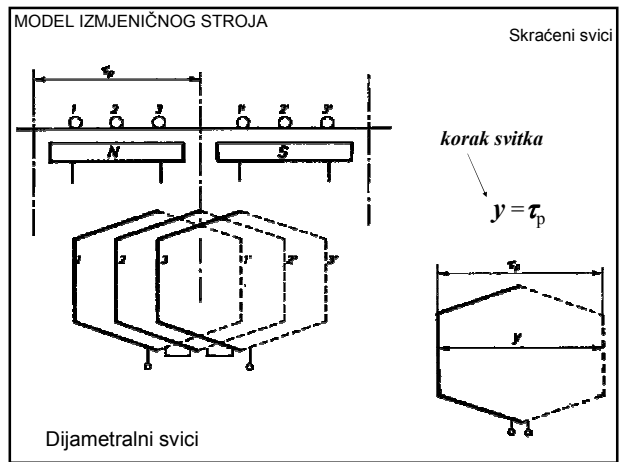
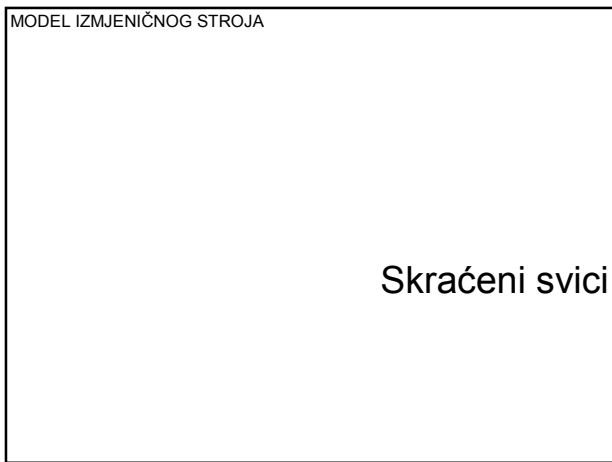
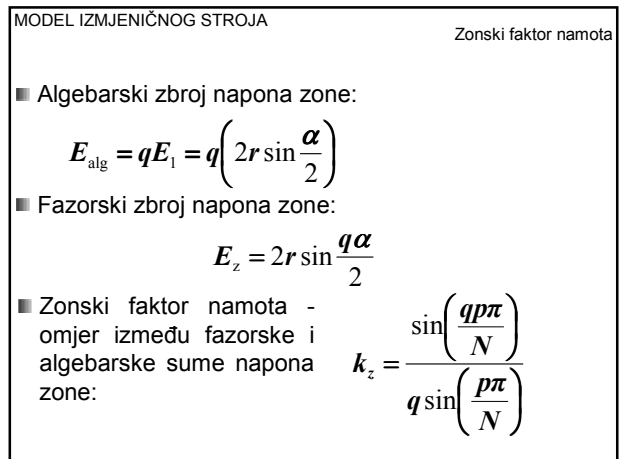
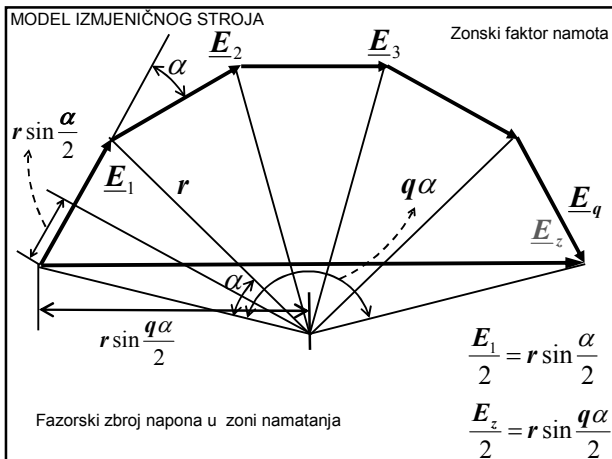
Zonski faktor namota

- Pod pojedinim polom namot je smješten u  $q$  utora, spojenih u seriju:

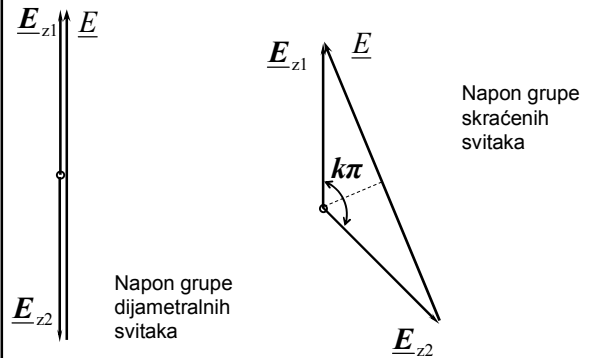
$$q = \frac{N}{2p}$$

- Ukupni napon pojedine zone namatanja - fazorski zbroj  $q$  napona u pojedinačnim utorima.





# Tetivni i ukupni faktor namota



- Jedna od posljedica skraćenja svitaka je sniženje napona u svitku.

- Napon dviju strana dijagonalnih svitaka iznosi:

$$E = 2E_z$$

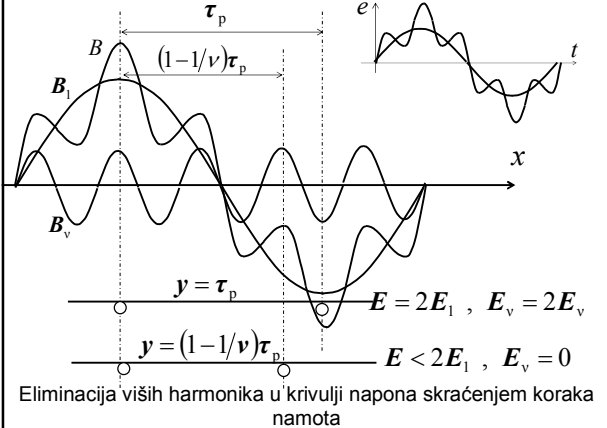
- Napon grupe skraćenih svitaka je niži - naponi u raznim stranama svitka nisu više u protufazi.

- Tetivni faktor namota - omjer ukupnog napona i algebarskog zbroja iznosa zonskih napona:

$$k_t = \frac{E}{2E_z} = \sin k \frac{\pi}{2} = \sin \frac{y}{\tau_p} \frac{\pi}{2}$$

- Namotni faktor (ukupni faktor namota) je umnožak zonskog i tetivnog namotnog faktora:

$$k_w = k_t \cdot k_z$$



- Razlog za korištenje skraćenih svitaka je smanjenje iznosa viših harmonika u krivulji induciranog napona.

- Viši harmonici u induciranom naponu se pojavljuju zbog nesinusoidalne prostorne raspodjele magnetske indukcije u zračnom rasporu.

- Skraćenjem koraka svitka  $y$  možemo u potpunosti eliminirati  $v$ -ti viši harmonik:

$$y = (1 - 1/v)\tau_p$$

## Inducirani napon u namotu

- Iznos inducirano $\bar{g}$  napona u namotu dobijemo iz osnovne relacije da je napon proporcionalan indukciji  $B$ , obodnoj brzini  $v$  i duljini vodiča  $l$ .
- Trenutna vrijednost inducirano $\bar{g}$  napona:

$$e = Blv$$

- Efektivna vrijednost inducirano $\bar{g}$  napona:

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \Phi \frac{pn}{60} Nk_w$$

*broj pari polova*      *brzina vrtnje*  
*magnetski tok pod polom*      *broj zavoja*      *faktor namota*

Frekvencija inducirano $\bar{g}$  napona

- Jedna puna perioda napona inducira se u vremenu  $T$  koje je potrebno za prolazak jednog para polova ispred vodiča:

$$T = \frac{2\tau_p}{v}$$

- Frekvencija je recipročna vrijednost tog vremena i iznosi:

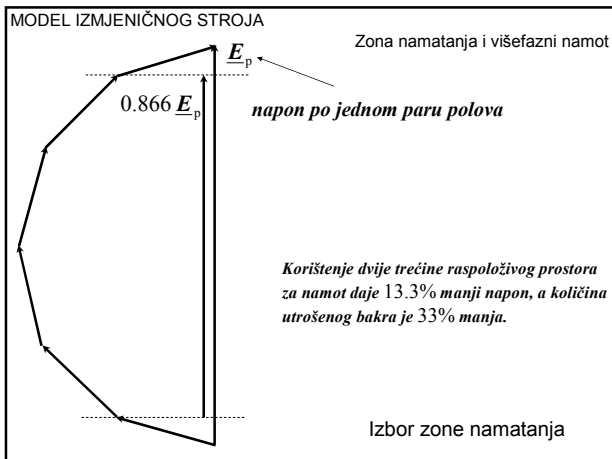
$$f = \frac{pn}{60}$$

- Pomoću ove formule za frekvenciju dobijemo još jednostavniji izraz za inducirani napon:

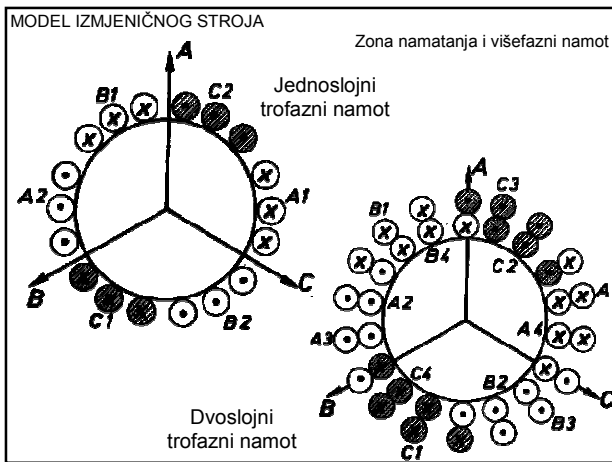
$$E = 4.44 \Phi f N k_w$$

- Ovaj je izraz gotovo identičan izrazu za inducirani napon u transformatoru.
- Razlika je u faktoru namota, koji kod transformatora iznosi 1, jer svi zavoji obuhvaćaju sav magnetski tok.

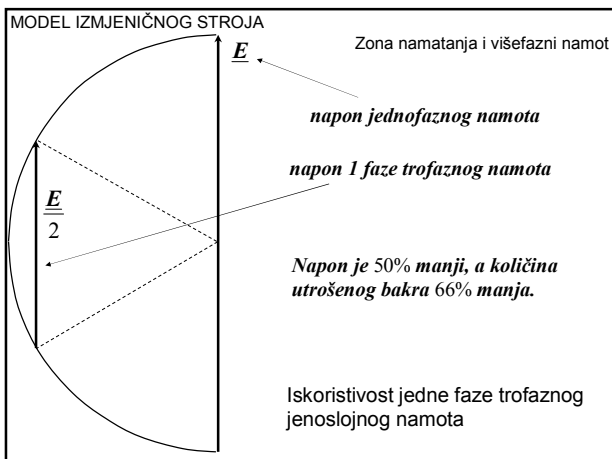
## Zona namatanja i višefazni namot



- MODEL IZMJENIČNOG STROJA
- Zona namatanja i višefazni namot
- Kod jednofaznog stroja možemo za namot koristiti cijeli polni korak.
  - To nikad ne činimo, jer je tada iskoristivost materijala namota mala.
  - Iznos napona je fazorski zbroj napona u svim utorima, pa utori u blizini simetrale među polovima vrlo malo doprinose ukupnom naponu.

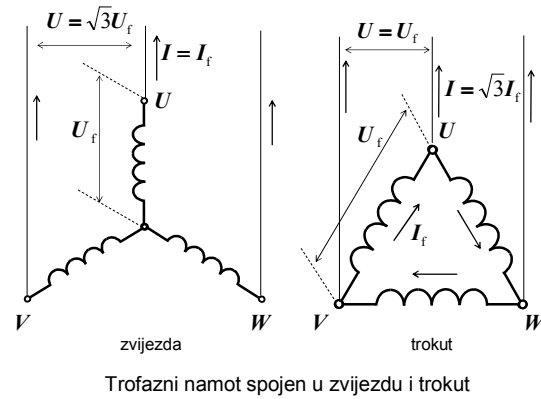


- MODEL IZMJENIČNOG STROJA
- Zona namatanja i višefazni namot
- Pri korištenju višefaznog namota postiže se još bolja iskoristivost bakra, jer preostali prostor popunjavamo namotima drugih faza.
  - Najviše se koristi trofazni namot.
  - Trofazni namot su zapravo tri odvojena namota na istom stroju.
  - Kod jednoslojnog namota svaka faza popunjava samo jednu trećinu oboda stroja.
  - Kod dvoslojnog namota svaka faza popunjava dvije trećine oboda stroja.



- MODEL IZMJENIČNOG STROJA
- Zona namatanja i višefazni namot
- Snaga trofaznog stroja iste veličine bit će 50% veća od snage jednofaznog stroja:
- $$S_{3f} = 3 \frac{1}{2} EI = 1.5 S_{1f}$$
- Trofazni stroj priključujemo na simetričan trofazni sustav napona, ako radi kao motor.
  - Ako radi kao generator, proizvodit će simetričan trofazni sustav napona.

## Spoj u zvijezdu i spoj u trokut



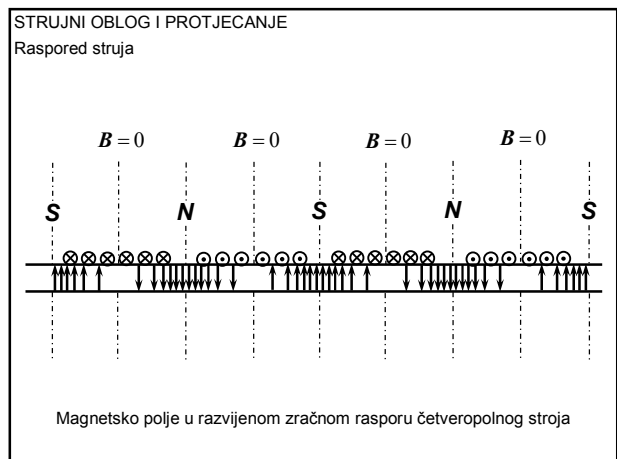
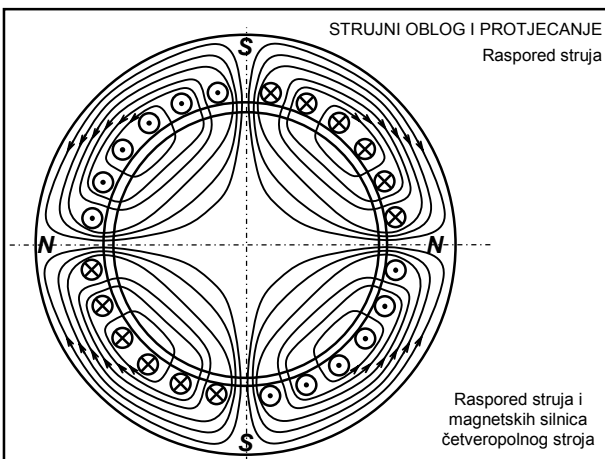
- Trofazni namot ima tri izvoda, bez obzira na spoj namota (zvijezda ili trokut).
- Snaga stroja je u oba slučaja jednaka, ako se izrazi pomoću linijskih veličina, linijskim naponom i linijskom strujom:

$$S = \sqrt{3}UI$$

*linijski napon*
*linijska struja*

## STRUJNI OBLOG I PROTJECANJE

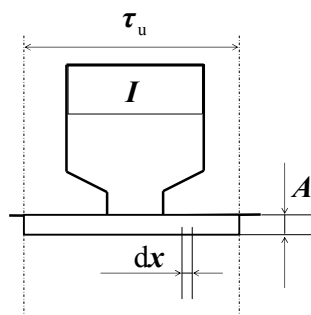
### Raspored struja



- Struje u vodičima susjednih zona suprotnog su smjera.
- U simetrali strujne zone magnetsko je polje jednako nuli.
- Periodički raspored struja rezultira s periodičkim rasporedom magnetskog polja.
- Za analizu promatramo samo polje u zračnom rasporu.

## Kontinuirani raspored struja

- Točkasti raspored struja nije prikladan za analizu, a nije ni istinit.
- Umjesto s točkastim strujama možemo računati s kontinuiranom raspodjelom struje duž otvora utora ili cijelog utorskog koraka.
- Sila na takvu struju jednaka je sili na točkastu struju.



$$A = \frac{I}{\tau_u}$$

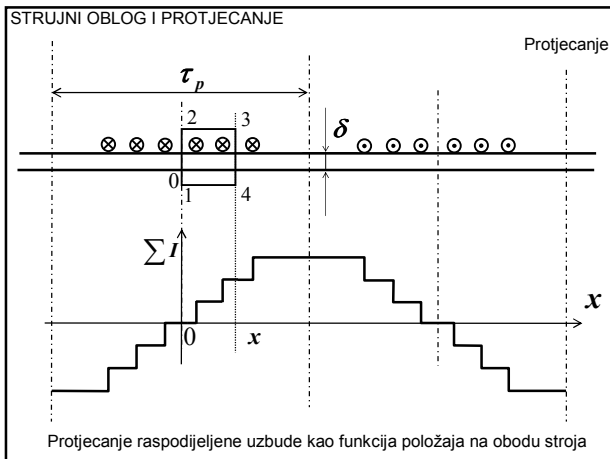
$$dF = \frac{I}{\tau_u} dx l B$$

$$F = \int_0^{\tau_u} dF = I l B$$

Kontinuirani raspored struje duž utorskog koraka

## Protjecanje

- Veza između struje i protjecanja određena je Ampereovim zakonom protjecanja.
- Kod strojeva nas zanima iznos protjecanja u zračnom rasporu.
- Pri tome je zgodno definirati ishodište koordinatnog sustava u simetrali strujne zone.
- Protjecanje promatramo kao funkciju položaja duž zračnog raspora.
- Uz točkasti raspored struja protjecanje ima stepeničasti oblik.



STRUJNI OBLOG I PROTJECANJE

Protjecanje

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \Theta(x)$$

$$H_{12} \delta + H_{23} \delta + H(x) \delta + H_{41} \delta = \Theta(x)$$

$B_{12}=0$      $H_{Fe} \ll$      $H_{Fe} \ll$

- Uz zanemarenje magnetskog napona za željezo dobijemo:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} \cong H(x) \delta(x) = \Theta(x)$$

- Tako lako odredimo jakost magnetskog polja i indukciju u zračnom rasporu:

$$H(x) = \frac{\Theta(x)}{\delta(x)} \implies B(x) = \mu_0 \frac{\Theta(x)}{\delta(x)}$$

STRUJNI OBLOG I PROTJECANJE

Strujni oblog

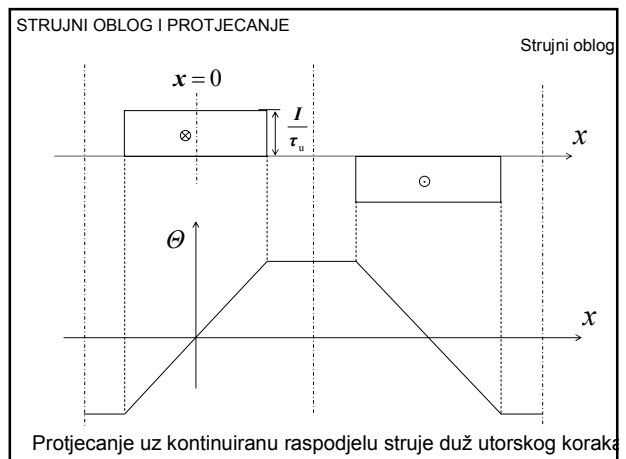
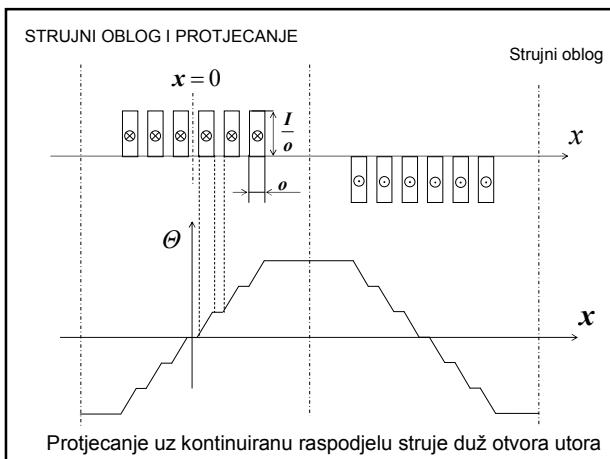
STRUJNI OBLOG I PROTJECANJE

Strujni oblog

- Rasporedu struje duž utorskog koraka odgovara kontinuirani raspored struje u zoni namatanja.
- Strujni oblog je linearna gustoća struje po obodu - funkcija položaja na obodu:

$$A_x = f(x)$$

- Različitim oblicima strujnog obloga odgovarati će različiti oblici protjecanja.



- Veza između strujnog obloga i protjecanja definirana je s relacijom:

$$\Theta(x) = \int_0^x A(x) dx$$

gdje je  $A(x)$  iznos strujnog obloga na mjestu  $x$ .

## Osnovni harmonički članovi strujnog obloga i protjecanja

- Strujni oblog i protjecanje su periodičke funkcije, s periodom duljine dva polna koraka.
- Može ih se prikazati Fourierovim redom.
- Osnovnu analizu možemo obaviti računajući samo s prvim članom reda.
- Ishodište smo odabrali u sredini strujne zone, pa je osnovni član strujnog obloga:

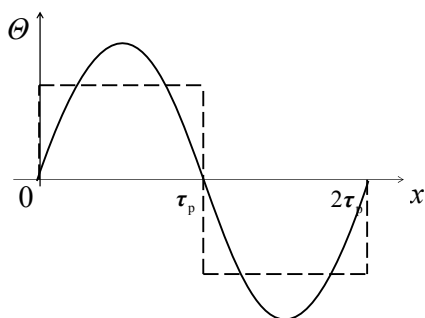
$$A(x) = A_m \cos \frac{\pi}{\tau_p} x$$

- Protjecanje dobijemo integracijom strujnog obloga:

$$\Theta(x) = \int_0^x A(x) dx = A_m \frac{\tau_p}{\pi} \sin \frac{\pi}{\tau_p} x$$

- Amplituda protjecanja iznosi:

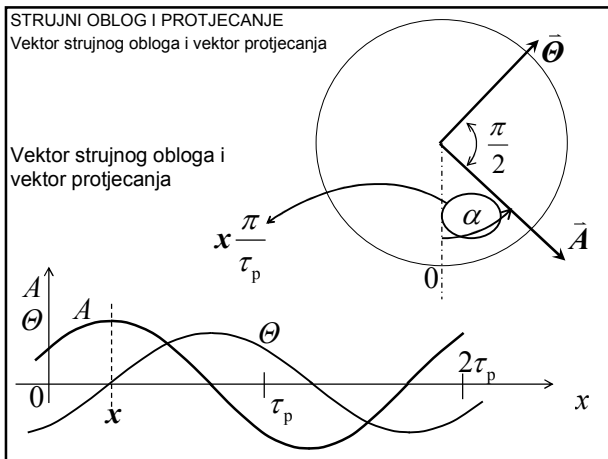
$$\Theta_m = A_m \frac{\tau_p}{\pi}$$



Aproximacija pravokutnog protjecanja osnovnim harmoničkim članom

## Vektor strujnog obloga i vektor protjecanja





STRUJNI OBLOG I PROTJECANJE  
Vektor strujnog obloga i vektor protjecanja

$$A(x) = A_m \cos \frac{\pi}{\tau_p} x$$

$$\theta(x) = \int_0^x A(x) dx = \theta_m \sin \frac{\pi}{\tau_p} x$$

- Sinusoidalno prostorno raspoređene veličine možemo prikazivati vektorima.
- Strujni oblog prikazujemo vektorom kojemu je iznos jednak  $A_m$ , a položaj određen položajem maksimuma strujnog obloga.
- Analogno vrijedi i za protjecanje, pri čemu su vektor strujnog obloga i vektor protjecanja međusobno zakrenuti za kut  $\pi/2$ .

STRUJNI OBLOG I PROTJECANJE  
Vektor strujnog obloga i vektor protjecanja

Zbrajanje vektora protjecanja

- Vektore strujnog obloga i protjecanja zbrajamo kao obične vektore.

- To je ispravno jer su ti vektori simbolički prikaz sinusnih veličina iste periode, a njihov je zbroj sinusna veličina iste periode, ali drukčije amplitude i položaja.

STRUJNI OBLOG I PROTJECANJE

## Vektor indukcije u zračnom rasporu

STRUJNI OBLOG I PROTJECANJE  
Vektor indukcije u zračnom rasporu

- Uz strujni oblog i protjecanje periodični raspored ima i iznos indukcije u zračnom rasporu.
- Indukcija u zračnom rasporu iznosi:

$$B(x) = \mu_0 \frac{\theta(x)}{\delta(x)}$$

- Možemo je predstaviti vektorom kao strujni oblog i protjecanje.

STRUJNI OBLOG I PROTJECANJE  
Vektor indukcije u zračnom rasporu

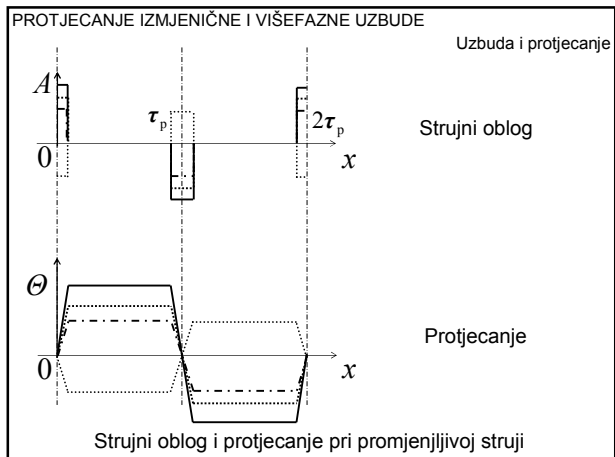
- Uz konstantan zračni raspor vrijedi:

$$B(x) = \mu_0 \frac{\theta(x)}{\delta} = k \theta(x)$$

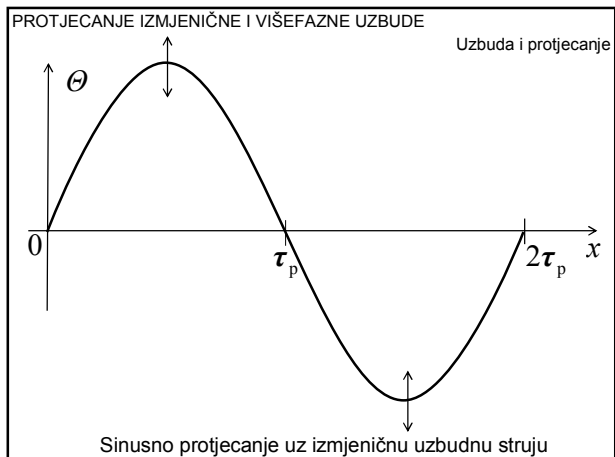
- Vektor protjecanja i vektor indukcije imaju isti smjer i proporcionalni su.
- Ako zračni raspor nije konstantan to više ne mora biti slučaj.

# PROTJECANJE IZMJENIČNE I VIŠEFAZNE UZBUDE

Uzbuda i protjecanje



- PROTJECANJE IZMJENIČNE I VIŠEFAZNE UZBUDE
- Uzbuda i protjecanje
- Struja u uzбудnom namotu može se mijenjati.
  - Prostorna raspodjela strujnog obloga i protjecanja zadrže prostorni oblik, ali promijene amplitudu.
  - Ako struja promijeni smjer, protjecanje promijeni predznak.
  - Ako struja nije konstantna, nego se mijenja u vremenu po zakonu kosinusa, tada će i protjecanje vremenski mijenjati u svakoj točki po zakonu kosinusa.



PROTJECANJE IZMJENIČNE I VIŠEFAZNE UZBUDE

Uzbuda i protjecanje

- Ako je prostorna raspodjela sinusna, a uzbuda se mijenja vremenski po zakonu kosinusa, možemo protjecanje na bilo kojem mjestu u bilo kojem trenutku definirati kao funkciju vremena i prostora:

$$\Theta(x, t) = \Theta_1 \sin \frac{\pi}{\tau_p} x \cos \omega t$$

gdje je  $\Theta_1$  amplituda prostorne raspodjele protjecanja.

PROTJECANJE IZMJENIČNE I VIŠEFAZNE UZBUDE

Pulsirajuće protjecanje i okretna protjecanja



## Brzina vrtnje okretnog protjecanja

- Do mehaničke kutne brzine okretnih protjecanja lako dođemo razmatranjem činjenice da se za vrijeme jedne periode  $T=1/f$  putujući val zakrene za električki kut  $2\pi$ .

- Mehanički kut je  $p$  puta manji:

$$\alpha_{\text{mec}} = \Omega_m T = \frac{\omega}{p} T = \frac{2\pi}{p}$$

- Okretno polje će se vrtjeti takvom brzinom da u trajanju jedne periode prijeđe jedan par polova.

- Izražena uobičajenim jedinicama njegova je brzina:

$$n = \frac{60\Omega_m}{2\pi} = \frac{60f}{p}$$

- Ranije smo vidjeli da se u stroju s  $p$  pari polova pri brzini vrtnje  $n$  inducira napon frekvencije:

$$f = \frac{pn}{60}$$

- Sada vidimo da će se u stroju s  $p$  pari polova napajanog strujom frekvencije  $f$  stvoriti okretna protjecanja koja će se vrtjeti brzinom  $n$ .

## Prostorni položaj okretnih protjecanja

- Predstavljeno vektorski, okretna se protjecanja zbrajaju u pulsirajuće protjecanje.

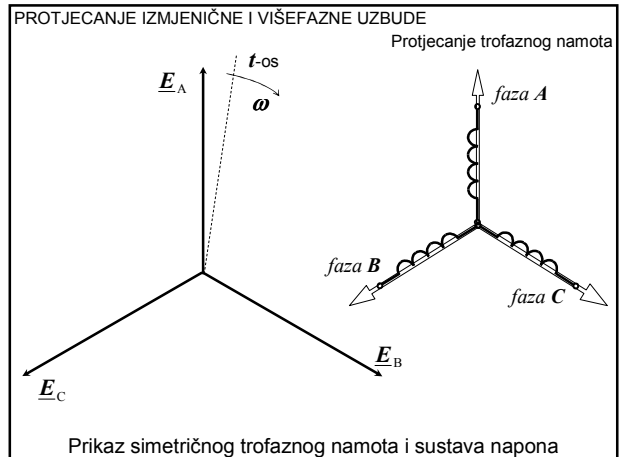
- Os pulsirajućeg protjecanja odgovara osi namota i prostorno ne mijenja položaj.

- Trenutak prolaska uzbudne struje kroz maksimum odgovara trenutku kad se direktno i inverzno okretno protjecanje sastaju.

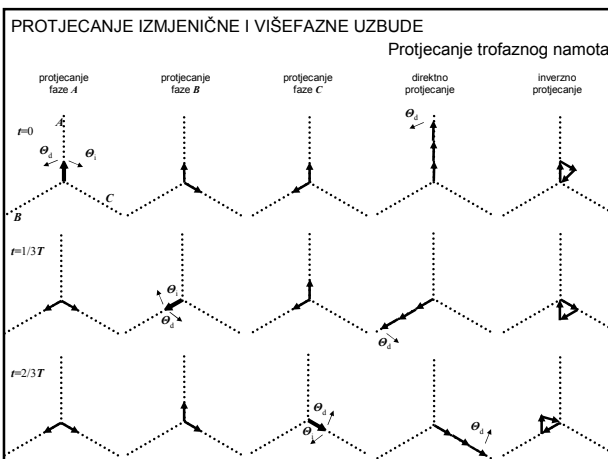
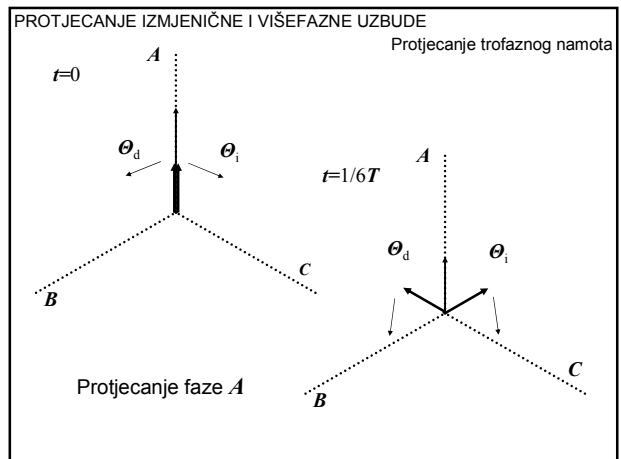
- U tom trenutku protjecanje ima također maksimalnu vrijednost.

PROTJECANJE IZMJENIČNE I VIŠEFAZNE UZBUDE

## Protjecanje trofaznog namota



- PROTJECANJE IZMJENIČNE I VIŠEFAZNE UZBUDE
- Protjecanje trofaznog namota
- Trofazni namot su tri namota prostorno razmaknuta za električni kut  $2\pi/3$ .
  - Kroz svaki od namota protječe izmjenična struja.
  - Struje u pojedinim faznim namotima međusobno su također pomaknute za električni kut  $2\pi/3$ .
  - Prostorni raspored faznih namota ne mora odgovarati vremenskom redosljedu struja u faznim namotima.



- PROTJECANJE IZMJENIČNE I VIŠEFAZNE UZBUDE
- Protjecanje trofaznog namota
- U vektorskom prikazu najlakše vidimo da se direktne komponente okretnih protjecanja u svakom trenutku zbrajaju.
  - Njihov zbroj iznosi  $3/2$  protjecanja jedne faze.
  - Istovremeno, inverzne se komponente okretnih protjecanja u svakom trenutku poništavaju.
  - Kao rezultat imamo samo direktno protjecanje konstantne amplitude i brzine vrtnje.

PROTJECANJE IZMJENIČNE I VIŠEFAZNE UZBUDE  
Protjecanje trofaznog namota

- I analitički se može jednostavno pokazati da je ukupno protjecanje sva tri fazna namota:

$$\Theta(x, t) = \frac{3}{2} \Theta_1 \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right)$$

- Dakle, protjecanje prostorno simetrično raspoređenog trofaznog namota, napajanog simetričnim trofaznim sustavom struja daje okretno protjecanje konstantnog iznosa i brzine vrtnje.

PROTJECANJE IZMJENIČNE I VIŠEFAZNE UZBUDE

## Protjecanje m-faznog namota

PROTJECANJE IZMJENIČNE I VIŠEFAZNE UZBUDE  
Protjecanje m-faznog namota

- Razmatranja na trofaznom sustavu pokazuju da možemo dobiti rotaciono magnetsko polje bez ikakvog mehaničkog gibanja.
- Isto se može postići s bilo kojim simetričnim  $m$ -faznim sustavom.
- Protjecanje  $m$ -faznog sustava:

$$\Theta(x, t) = \frac{m}{2} \Theta_1 \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right)$$

PROTJECANJE IZMJENIČNE I VIŠEFAZNE UZBUDE  
Protjecanje m-faznog namota

- Statorske namote strojeva u pravilu ne izrađujemo s više od tri faze.
- Rotorski namot međutim može kod kaveznih električnih strojeva imati velik broj faza.
- Takav namot proizvest će također okretno protjecanje konstantnog iznosa i brzine vrtnje, ako njime teče simetričan sustav struja.

## RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON

### Inducirani napon istosmjernog stroja

RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON  
Inducirani napon istosmjernog stroja

$E_1 = B_i l v$

indukcija na mjestu  $i$ -tog utora

Računanje induciranih napona istosmjernog stroja

RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON  
Inducirani napon istosmjernog stroja

- Kod istosmjernog stroja se inducirani naponi u svim vodičima pod jednim polom zbrajaju.
- Pod svakim polom imamo  $N/(2p)$  utora, a u svakom utoru  $z_1$  vodiča.
- U stroju imamo isto tako  $a$  paralelnih grana, pa je napon:

$$E = \frac{2p}{a} v l z_1 \sum_{i=1}^{N/2p} B_i$$

RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON  
Inducirani napon istosmjernog stroja

- Umjesto da zbrajamo napone u pojedinim vodičima, možemo računati sa srednjom vrijednošću indukcije i ukupnim brojem vodiča:

$$B_{sr} = \frac{\Phi}{\tau_p l} \quad z = N z_1$$

- Napon istosmjernog stroja tako iznosi:

$$E = \frac{p \Phi n z}{a 30}$$

RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON  
Inducirani napon istosmjernog stroja

- Sve veličine osim magnetskog toka i brzine su konstantne:

$$k_E = \frac{p z}{a 30} ; \quad E = k_E \Phi n$$

- Napon ovisi o:
  - koeficijentu inducirano napona koji određuju dimenzije stroja,
  - magnetskom toku i
  - brzini vrtnje.

RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON

## Obodna sila i moment

RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON  
Obodna sila i moment

$T = F \frac{d}{2}$

Obodna sila i moment stroja

RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON  
Obodna sila i moment

- Sila je vektorska veličina.
- Međutim kad govorimo o obodnoj sili kod strojeva zbrajamo ih skalarno.
- To smijemo učiniti stoga što nas kod stroja ustvari zanima moment, a ne sila.
- Pri tome nastojimo da su te sile simetrične, da što manje opterećuju ležajeve.
- Moment iznosi:

$$T = F \frac{d}{2}$$

## Moment istosmjernog stroja

Moment istosmjernog stroja

- Do ukupne obodne sile možemo doći zbrajanjem doprinosa sile na pojedine vodiče.

- Ta sila iznosi:

$$F = \frac{2p z I \Phi}{a d\pi}$$

- Moment dobijemo množenjem obodne sile i polumjera:

$$T = F \frac{d}{2} = \frac{2p z I \Phi}{a 2\pi}$$

- Slično kao i kod računanja napona i ovdje su samo dvije promjenljive veličine: struja i magnetski tok.

Moment istosmjernog stroja

- Uvođenjem koeficijenta momenta  $k_T$ :  $k_T = \frac{p z}{a \pi}$  dobijemo iznos momenta:

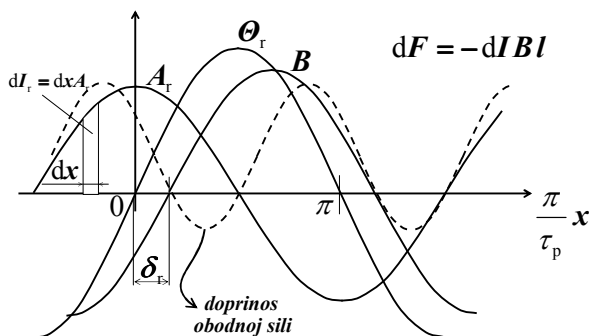
$$T = k_T \Phi I$$

- Koeficijent momenta  $k_T$  i koeficijent inducirano napona  $k_E$  vezani su relacijom:

$$k_T = k_E \frac{30}{\pi}$$

## Moment izmjeničnog stroja

Moment izmjeničnog stroja



Moment izmjeničnog stroja

- U izmjeničnim strojevima računamo s prostorno sinusoidalno raspoređenim protjecanjem i indukcijom.

- Obodnu silu dobijemo integracijom diferencijalnog iznosa sile:

$$dF = -A(x) B(x) l dx$$

$$F = -\int_0^{\tau_p} A(x) B(x) l dx$$

- Negativan predznak pojavljuje se zbog konvencije o smjeru sile (pozitivna je sila u smjeru pozitivnog  $x$ ).



RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON Moment izmjeničnog stroja

■ Obodna sila pod jednim polom:

$$F_p = - \int_0^{\tau_p} A(x) B(x) l dx$$

$$F_p = -A_r B l \frac{1}{2} \tau_p \sin \delta_r$$

*amplituda strujnog obloga*
*kut opterećenja*

■ Kut opterećenja  $\delta_r$  je kut između vektora rotorskog protjecanja i vektora indukcije.

RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON Moment izmjeničnog stroja

$$T = F \frac{d}{2}$$

■ Moment stroja – moment koji djeluje na rotor:

$$T_r = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta_r \sin \delta_r$$

■ Moment koji djeluje na stator:

$$T_s = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta_s \sin \delta_s = -T_r$$

*volumen provrta stroja*

RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON Moment izmjeničnog stroja

Vektorski prikaz strujnog obloga, protjecanja i indukcije

$$T_r = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta_r \sin \delta_r$$

$$|\Theta_s \sin \delta_s| = |\Theta_r \sin \delta_r|$$

RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON Moment izmjeničnog stroja

■ Kod višefaznog stroja iznosi protjecanja i indukcije su konstantni pri stacionarnom radu.

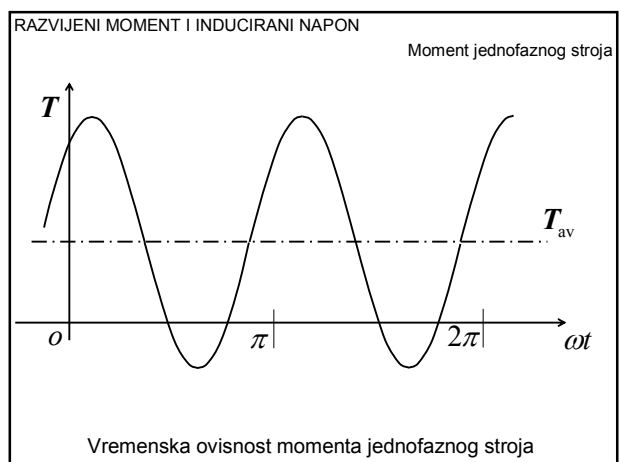
■ Konstantan je također i kut opterećenja.

■ Stoga je i razvijeni moment konstantan i ne pulsira u vremenu:

$$T = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta \sin \delta$$

RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON

Moment jednofaznog stroja



- Kod jednofaznog stroja pulsiraju i protjecanje i indukcija.
- Razvijeni moment isto pulsira i to s dvostrukom frekvencijom napona mreže.

- Srednja vrijednost momenta iznosi:

$$T_{av} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{\tau_p} VB \Theta \sin \delta \cos \varphi$$

*fazni kut između indukcije i protjecanja*

- Amplituda pulsirajućeg momenta:

$$T_m = \frac{1}{2} \frac{\pi}{\tau_p} VB \Theta \sin \delta$$

- Pulsacije momenta su nepoželjne, bez obzira radilo se o motoru ili generatoru.
- Stoga su i s tog stanovišta višefazni strojevi bolji od jednofaznih.