

1. VREMENSKI PROMJENLJIVE STRUJE I NAPONI

1.1. Efektivna i srednja vrijednost

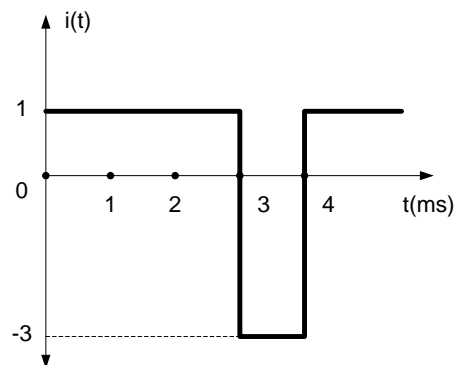
Srednja i efektivna vrijednost izmjenične električne veličine:

$$X_{sr} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt; \quad X_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (1.1)$$

Tjemeni faktor i faktor oblika:

$$k_t = \frac{X_m}{X_{ef}}; \quad k_0 = \frac{X_{ef}}{X_{sr}} \quad (1.2)$$

AV1-Z1: Kroz otpor $R = 10 \Omega$ teče struja valnog oblika kao na slici 1.1. Odrediti efektivnu i srednju „ispravljenu „ vrijednost struje.



Sl. 1.1.

Riješenje:

Signal možemo podijeliti u dva intervala: prvi T_1 : od 0 do 3 ms i drugi T_2 : od 3 do 4 ms

Za prvi interval T_1 , srednja vrijednost struje I_{s1} je uz periodu $T=4$ ms:

$$t_1 = (0:3) \text{ ms}, \quad i_1(t_1) = 1, \quad I_{s1} = \frac{1}{T} \int_0^{T_1} i_1(t_1) dt = \frac{1}{4} \int_0^3 1 dt = 0,75 \text{ (A)}$$

Za drugi interval T_2 , srednja vrijednost struje I_{s2} :

$$t_2 = (3:4) \text{ ms}, \quad i_2(t_2) = -3: \quad I_{s2} = \frac{1}{T} \int_0^{T_2} i_2(t_2) dt = \frac{1}{4} \int_3^4 -3 dt = -0,75 \text{ (A)}$$

Ispravljena srednja vrijednost struje jednaka je ukupnom zbroju apsolutnih vrijednosti srednjih vrijednosti struja na pojedinim intervalima:

$$I_s = |I_{s1}| + |I_{s2}| = 0,75 + 0,75 = 1,5 \text{ (A)}$$

Srednju vrijednost možemo naći i na jednostavniji način ako znamo da je srednja vrijednost nekog signala jednaka površini A tog signala kroz periodu T. Kako je signal u ovom slučaju podijeljen na dva dijela to je srednja vrijednost jednaka zbroju ukupnih površina pojedinih signala kroz periodu:

$$I_s = \frac{A_1 + A_2}{T} = \frac{1 \cdot 3 + 3 \cdot 1}{4} = 1,5 \text{ (A)}$$

Efektivna vrijednost struje I_{e1} na intervalu od 0 do 3 ms iznosi:

$$t_1 = (0:3) \text{ ms}, i_1(t_1) = 1, I_{e1} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^3 [i_1(t_1)]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{4} \int_0^3 1^2 dt} = 0,866 \text{ (A)}$$

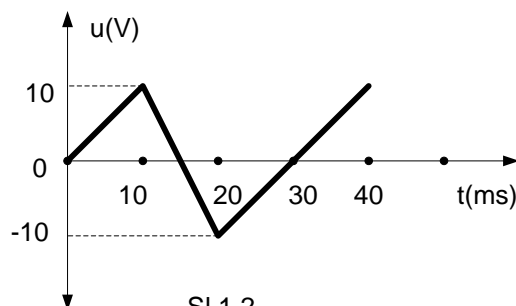
a na intervalu od 3 do 4 ms efektivna vrijednost I_{e2} iznosi:

$$t_2 = (3:4) \text{ ms}, i_2(t_2) = 3, I_{e2} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_3^4 [i_2(t_2)]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{4} \int_3^4 3^2 dt} = 1,5 \text{ (A)}$$

Ukupna efektivna I_e vrijednost jednaka je drugom korijenu sumi kvadrata pojedinih efektivnih vrijednosti:

$$I_e = \sqrt{I_{e1}^2 + I_{e2}^2} = \sqrt{0,86^2 + 1,50^2} = 1,73 \text{ (A)}$$

AV1-Z2: Otpor $R = 10 \Omega$ priključen je na napon valnog oblika kao na slici 1.2. Odrediti struju $i(t)$; snagu p ; srednju snagu P ; efektivnu i srednju „ispravljenju“ vrijednost struje.



Sl.1.2.

Rješenje:

Period signala je 30 ms i možemo ga podijeliti na 4 intervala: $t_1 = (0:10) \text{ ms}$, $t_2 = (10:15) \text{ ms}$, $t_3 = (15:20) \text{ ms}$ i $t_4 = (20:30) \text{ ms}$. Srednja vrijednost napona je:

$$U_s = \frac{|A_1| + |A_2| + |A_3| + |A_4|}{T} = \frac{10 \cdot \frac{10}{2} + 5 \cdot \frac{10}{2} + 5 \cdot \frac{10}{2} + 10 \cdot \frac{10}{2}}{30} = 5 \text{ (V)}$$

Srednja ispravljenju struja kroz otpor iznosi:

$$I_s = \frac{U_s}{R} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ (A)}$$

Za računanje efektivne vrijednosti napona potrebno je naći jednadžbe pravca na intervalima 0 do 10, od 10 do 20 i 20 do 30 ms:

$$t1=(0:10) \text{ ms}, u1(t)=1000t; \quad U_{e1} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{T_1} [i_1(t_1)]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{30} \int_0^{0,01} (1000 \cdot t)^2 dt} = 3,33 \text{ (V)}$$

$$t2=(10:20) \text{ ms}, u2(t)=-2000t+30; \quad U_{e2} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{T_1}^{T_2} [i_2(t_2)]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{0,03} \int_{0,01}^{0,02} (-2000 \cdot t + 30)^2 dt} = 3,33 \text{ (V)}$$

$$t3=(20:30) \text{ ms}, u2(t)=1000t-30; \quad U_{e3} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{T_2}^{T_3} [i_3(t_3)]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{0,03} \int_{0,02}^{0,03} (1000 \cdot t - 30)^2 dt} = 3,33 \text{ (V)}$$

$$U_e = \sqrt{U_{e1}^2 + U_{e2}^2 + U_{e3}^2} = \sqrt{0,33^2 + 0,33^2 + 0,33^2} = 5,77 \text{ (V)}$$

Efektivna vrijednost struje kroz otpor iznosi:

$$I_e = \frac{U_e}{R} = \frac{5,77}{10} = 0,577 \text{ (A)}$$

Trenutna snaga na intervalu od 0 do 10 ms:

$$p_1(t_1) = u_1(t_1) \cdot i_1(t_1) = \frac{u_1^2(t_1)}{R} = \frac{(1000 \cdot t)^2}{10} = 10^5 t^2 \text{ (W)}$$

Trenutna snaga na intervalu od 10 do 20 ms:

$$p_2(t_2) = u_2(t_2) \cdot i_2(t_2) = \frac{u_2^2(t_2)}{R} = \frac{(-2000 \cdot t + 30)^2}{10} = 10 \cdot (-200 \cdot t + 3)^2 \text{ (W)}$$

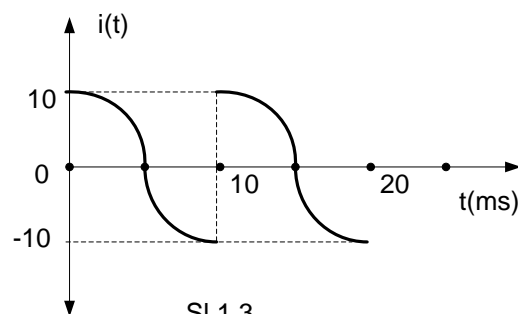
Trenutna snaga na intervalu od 20 do 30 ms:

$$p_3(t_3) = u_3(t_3) \cdot i_3(t_3) = \frac{u_3^2(t_3)}{R} = \frac{(1000 \cdot t - 30)^2}{10} = 10 \cdot (100 \cdot t - 3)^2 \text{ (W)}$$

Srednja snaga P:

$$P = \int_0^t p(t) dt = I_e^2 \cdot R = 0,577^2 \cdot 10 = 3,3 \text{ (W)}$$

AV1-Z3: Kroz otpor $R = 10 \Omega$ teče struja valnog oblika kao na slici 1.3. Odrediti efektivnu; srednju „ispravljenju „ vrijednost struje i srednju snagu P .



Sl.1.3.

Rješenje:

$R=10 (\Omega)$; $T=10 (\text{ms})$; $I_m = 10 (\text{A})$

Struja se može zapisati u obliku kosinusa:

$$i(t) = 10 \cdot \cos(\omega t)$$

Srednja ispravljena vrijednost struje:

$$|I_s| = 2 \cdot \frac{1}{T} \int_0^{T_1} i(t) dt = 2 \cdot \frac{1}{0,01} \int_0^{0,005} 10 \cdot \cos(100 \cdot t) dt = \frac{20}{\pi} \text{ (A)}$$

Efektivna vrijednost struje:

$$I_e = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{T_1} [i(t)]^2 dt} = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{0,01} \int_0^{0,005} [10 \cdot \cos(100 \cdot t)]^2 dt} = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ (A)}$$

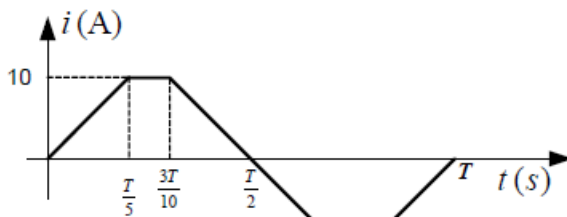
Radna snaga na otporu iznosi:

$$P = I_e^2 \cdot R = \left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 10 = 500 \text{ (W)}$$

AV1-Z4. Za funkciju danu izrazom: $u(t) = 12 + 5\sin(\omega t) - 3\cos(3\omega t)$ [V], treba odrediti srednju vrijednost napona; srednju „ispravljenu“ i efektivnu vrijednost napona.

(Rješenje: $U_s = 12$ (V); $U_{is} = 12$ (V); $U_e = 12,69$ (V))

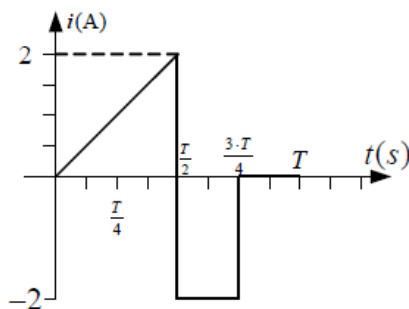
AV1-Z5. Treba odrediti faktor oblika za signal prikazan slikom 1.4.



Slika 1.4.

(Rješenje: $k_0 = 1,138$)

AV1-Z6. Izračunati efektivnu vrijednost struje čija je vremenska promjena prikazana slikom 1.5.



Slika 1.5.

(Rješenje: $I_e = 1,29$ (A))

LITERATURA

- [1] Branislav Kuzmanović, „Osnove elektrotehnike II“, Zagreb ELEMENT, 2000
- [2] Ivan Felja-Danira Koračin, „Zbirka zadataka i rješениh primjera iz osnova elektrotehnike 1. i 2. dio“, Zagreb, Školska knjiga 1985.
- [3] Gordan Đurović, „Elektrotehnika I i II-Zbirka zadataka, Zagreb, 2004.
- [4] E. Šehović, M. Tkalić, I. Felja, Osnove elektrotehnike - zbirka primjera, I dio“, Školska knjiga, Zagreb, 1984.