

## 2. VREMENSKI PROMJENLJIVE STRUJE I NAPONI

### 2.1. Priključenje $R$ ; $L$ i $C$ na vremenski promjenljive struje i napone

Napon i struja na otporu:

$$u(t) = i(t)R \quad (2.1)$$

Napon na induktivitetu:

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (2.2)$$

Struja na induktivitetu:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u(t) dt + i(0) \quad (2.3)$$

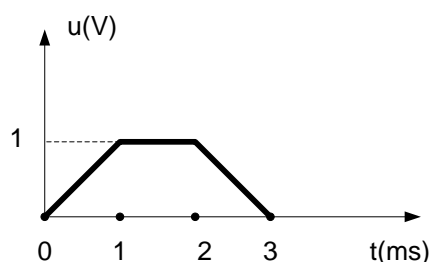
Struja na kondenzatoru:

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \quad (2.4)$$

Napon na kondenzatoru:

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + u(0) \quad (2.5)$$

**AV2-Z1:** Na kapacitet  $C = 60 \mu\text{F}$  priključen je napon valnog oblika kao na slici 2.1. Odrediti valni oblik struje  $i$ ; trenutnu snagu  $p$  i energiju  $w_c$ .



Sl. 2.1.

### **Rješenje:**

a) Na intervalu od  $t = (0:1)$  ms, jednačba za napon glasi:

$$u(t) = 1000 \cdot t \text{ (V)}$$

Struja kroz kondenzator dobije se prema izrazu:

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = 60 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 = 0,06 \text{ (A)}$$

Trenutna snaga je:

$$p_C = u \cdot i = 1000 \cdot t \cdot 0,06 = 60 \cdot t \text{ (W)}$$

Energija na kondenzatoru u tom intervalu iznosi:

$$w_C = \frac{u^2 \cdot C}{2} = \frac{(1000 \cdot t)^2 \cdot 60 \cdot 10^{-6}}{2} = 30 \cdot t^2 \text{ (J)}$$

b) Na intervalu  $t=(1:2)$  ms napon je konstantan:

$u = 1$  (V), a struja kroz kondenzator je nula:

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = 60 \cdot 10^{-6} \cdot 0 = 0 \text{ (A)}$$

Trenutna snaga je:

$$p_C = u \cdot i = 1 \cdot 0 = 0 \text{ (W)}$$

Dok je energija:

$$w_C = \frac{u^2 \cdot C}{2} = \frac{1^2 \cdot 60 \cdot 10^{-6}}{2} = 30 \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

c) Na intervalu  $t=(2:3)$  ms za napon može se pisati:

$$u(t) = -10^3 \cdot t + 3 \text{ (V)}$$

Struja kroz kondenzator je:

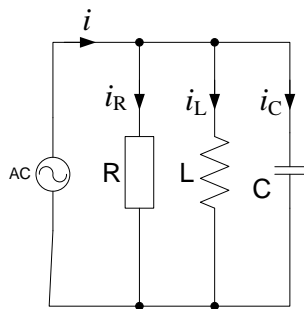
$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = 60 \cdot 10^{-6} \cdot (-1000) = -0,06 \text{ (A)}$$

Energija iznosi:

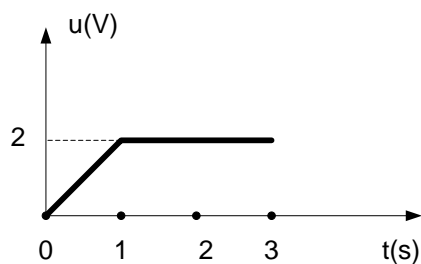
$$w_C = \frac{u^2 \cdot C}{2} = \frac{(-1000 \cdot t + 3)^2 \cdot 60 \cdot 10^{-6}}{2} = 30 \cdot t^2 - 0,18 \cdot t + 0,27 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}$$

**AV2-Z2:** Zadan je spoj prema slici 2.2.a. Na slici 2.2.b. nacrtan je dijagram vremenske ovisnosti napona idealnog izvora gdje je  $R = 2 \Omega$ ;  $L = 1 \text{ H}$ ;  $C = 0,5 \text{ F}$ ; za  $t \leq 0$ ,  $i_L = 0$  i  $u_C = 0$ . Odrediti:

- 1)  $i_R(t)$ ;  $i_C(t)$ ;  $i_L(t)$ ;  $i(t)$  i nacrtati dijagrame tih struja
- 2) iznose tih struja u trenucima: 0,5 s; 0,9 s; 1 s i 2 s.



Sl. 2.2.a.



Sl. 2.2.b.

**Rješenje:****1a)**  $t_1=(0:1)$  ms

$$u_1(t_1)=2t; \quad i_R(t_1) = \frac{u_1(t_1)}{R} = \frac{2 \cdot t}{2} = t \quad [A]$$

$$i_L(t_1) = i_L(0) + \frac{1}{L} \int_0^{t_1} u_1(t_1) dt = 0 + \frac{1}{1} \int_0^{t_1} 2 \cdot t dt = t^2 \quad [A]$$

$$i_C(t_1) = C \frac{du(t_1)}{dt} = 0,5 \cdot 2 = 1 \quad [A]$$

Ukupna struja na intervalu od 0 do 1 ms iznosi:

$$i(t_1) = i_R(t_1) + i_L(t_1) + i_C(t_1) = t_1^2 + t_1 + 1 \quad [A]$$

**1b)**  $t_2=(1:T_2)$  (ms)

$$u_2(t_2) = 2 \text{ (V)}; \quad i_R(t_2) = \frac{u_2(t_2)}{R} = \frac{2}{2} = 1 \text{ (A)}$$

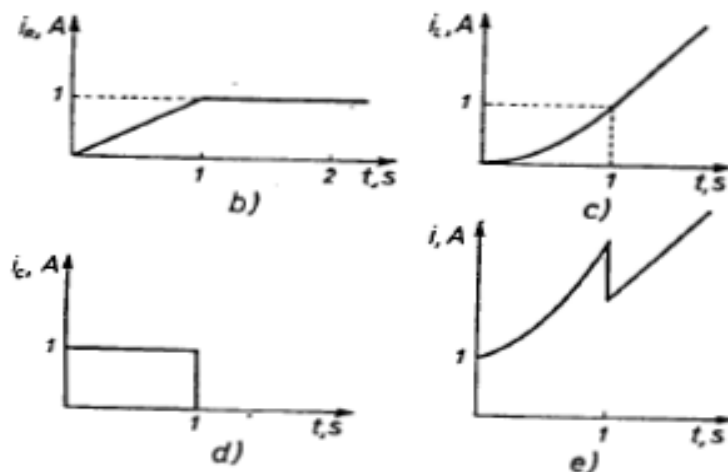
$$i_L(t_2) = i_L(T_1) + \frac{1}{L} \int_0^{t_2} u_2(t_2) dt = 1 + \frac{1}{1} \int_1^{t_2} 2 dt = 2 \cdot t_2 - 1 \quad [A]$$

$$i_C(t_2) = C \frac{du(t_2)}{dt} = 0,5 \cdot 0 = 0 \quad [A]$$

Ukupna struja na intervalu od 1 do  $T_2$  ms iznosi:

$$i(t_2) = i_R(t_2) + i_L(t_2) + i_C(t_2) = 2 \cdot t_2 \quad [A]$$

Vremenski dijagrami struja prikazani su na slikama 2.2b, 2.3c, 2.3d i 2.2e :



Slika 2.2

2.) Iznosi struja za 0,5 s:

$$i_R(0,5) = 0,5 \text{ (A)}; i_L(0,5) = 0,25 \text{ (A)}; i_C(0,5) = 1 \text{ (A)}; i(0,5) = 1,75 \text{ (A)}$$

3.) Iznosi struja za 0,9 s:

$$i_R(0,9) = 0,9 \text{ (A)}; i_L(0,9) = 0,81 \text{ (A)}; i_C(0,9) = 1 \text{ (A)}; i(0,9) = 2,71 \text{ (A)}$$

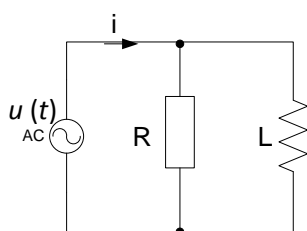
3.) Iznosi struja za 1 s:

$$i_R(1) = 1 \text{ (A)}; i_L(1) = 1 \text{ (A)}; i_C(1) = 1 \text{ (A)}; i(1) = 3 \text{ (A)}$$

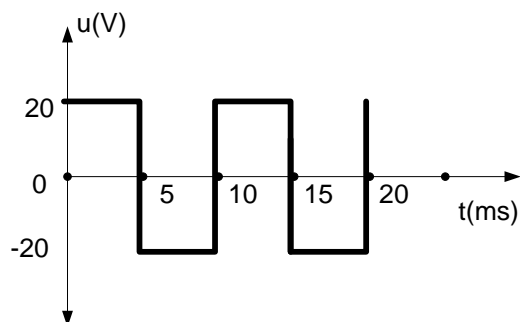
3.) Iznosi struja za 2 s:

$$i_R(2) = 1 \text{ (A)}; i_L(2) = 3 \text{ (A)}; i_C(1) = 0 \text{ (A)}; i(t_2) = 4 \text{ (A)}$$

**AV2-Z3:** Napon priključen na paralelnu kombinaciju  $R = 4 \Omega$  i  $L = 10 \text{ mH}$  (sl.2.4.a.) ima oblik prikazan na slici 2.4.b. Odrediti valni oblik ukupne struje  $i$ .



Sl. 2.3.a.



Sl.2.3.b.

**Za  $t_1=(0:5)$  ms:**

$$u_1(t_1) = 20 \text{ (V)}$$

$$i_R(t_1) = \frac{u_1(t_1)}{R} = \frac{20}{4} = 5 \text{ (A)}$$

$$i_L(t_1) = i_L(0) + \frac{1}{L} \int_0^{t_1} u_1(t_1) dt = 0 + \frac{1}{0,01} 20 \cdot t_1 = 2000 \cdot t_1 \text{ (A)}$$

$$i_1(t_1) = i_R(t_1) + i_L(t_1) = 2000 \cdot t_1 + 5 \text{ (A)}$$

**Za  $t_2=(5:10)$  ms:**

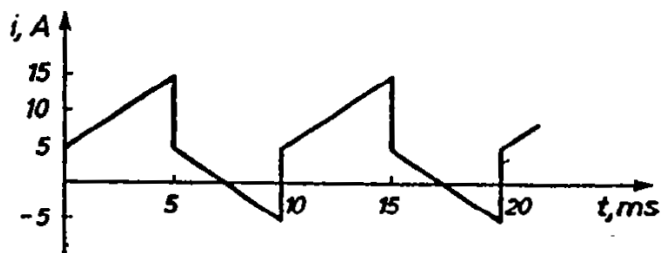
$$u_2(t_2) = -20 \text{ (V)}$$

$$i_R(t_2) = \frac{u_2(t_2)}{R} = \frac{-20}{4} = -5 \text{ (A)}$$

$$i_L(t_2) = i_L(T_1) + \frac{1}{L} \int_{10}^{t_2} u_2(t_2) dt = 10 - \frac{1}{0,01} 20 \cdot t_2 + \frac{1}{0,01} 20 \cdot 0,005 = 20 - 2000 \cdot t_2 \text{ (A)}$$

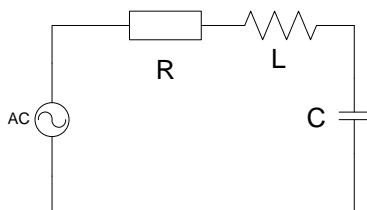
$$i_2(t_2) = i_R(t_2) + i_L(t_2) = -2000 \cdot t_2 + 15 \text{ (A)}$$

Vremenski dijagram ukupne struje prikazan je na slici: 2.3c.

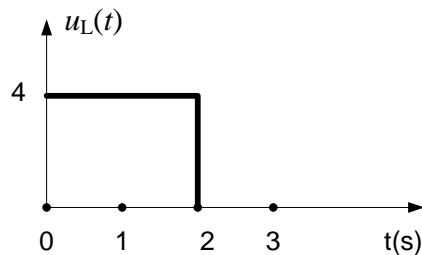


Slika: 2.3c

**AV2-Z4:** U spoju (sl.2.4.a) u trenutku  $t = 0$  počinje djelovati izvor napona;  $L = 1\text{H}$ ;  $R = 0,5 \Omega$ ;  $C = 1\text{F}$ . Na slici 2.4.b. prikazan je dijagram vremenske ovisnosti napona na stezaljkama svitka. Napon na kondenzatoru pri  $t = 0$  je  $0 \text{ V}$ . Izračunati  $u_R(t)$ ;  $u_C(t)$ ;  $u_L(t)$  i nacrtati dijagram vremenske ovisnosti napona.



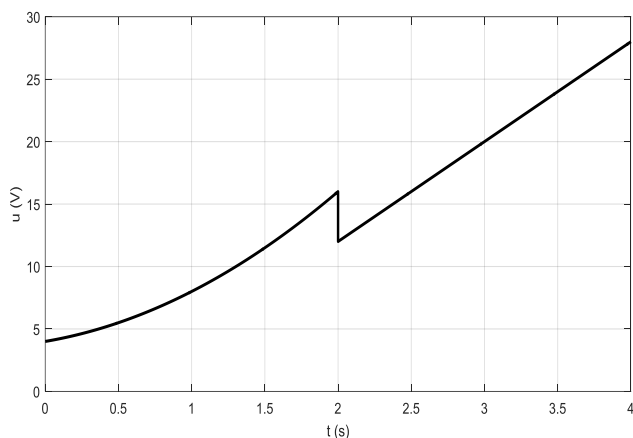
Sl. 2.4.a.



Sl. 2.4.b.

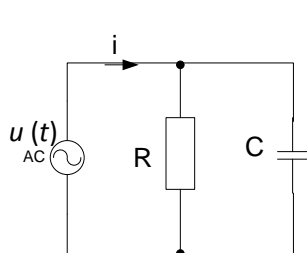
**Rješenje:**

(Za  $t_1=(0:2)$  s,  $u_1(t_1)=u_1(t_1)=2 \cdot t_1^2 + 2 \cdot t_1 + 4$  (V) ; za  $t_2=(2:T_2)$  s,  $u_2(t_2)=8 \cdot t_2 - 4$  (V); vremenski dijagram napona slika 2.5 )

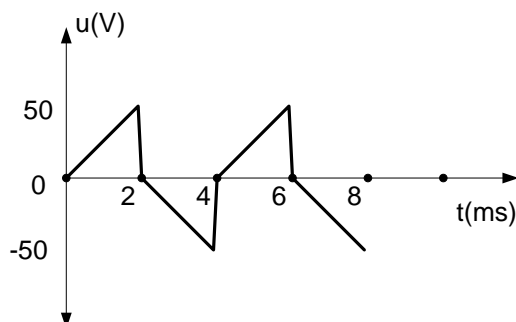


Slika: 2.5

**AV2-Z5** Vremenska ovisnost napona priključenoga na paralelnu kombinaciju  $R = 5 \Omega$  i  $C = 400 \mu\text{F}$  (sl. 2.6.a.) prikazana je na slici 2.6.b. Treba odrediti valni oblik struje  $i(t)$ .

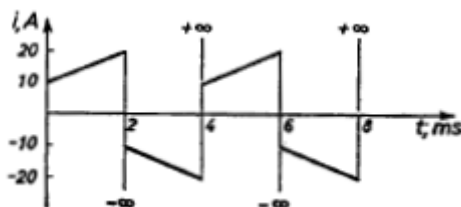


Sl. 2.6.a.



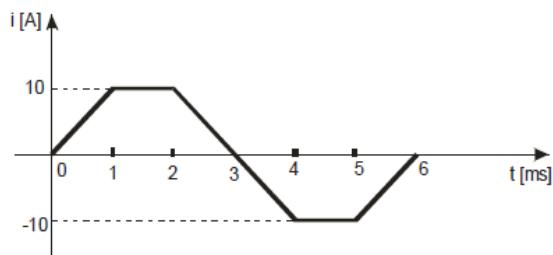
Sl.2.6.b.

**Rješenje:** ( Za  $t_1=(0:2)$  ms,  $u_1(t_1)=i_1(t_1)=5000 \cdot t_1 + 10$  (A) ; za  $t_2=(2:4)$  ms,  $i_2(t_2)=-5000 \cdot t_2$  (A); vremenski dijagram napona slika 2.7 )

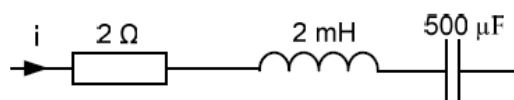


Slika: 2.7.

**AV2-Z6** Kroz serijski RLC spoj ( $R=2 \Omega$ ,  $L=2$  mH,  $C=500 \mu\text{F}$ ,  $u_C(0)=0$ ) teče struja valnog oblika kao na slici 2.8a. Odredite napone:  $u_R$ ,  $u_L$  i  $u_C$ .



Slika 2.8a

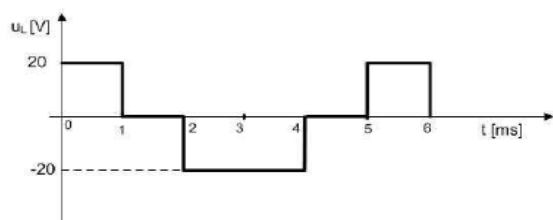


Slika 2.8b

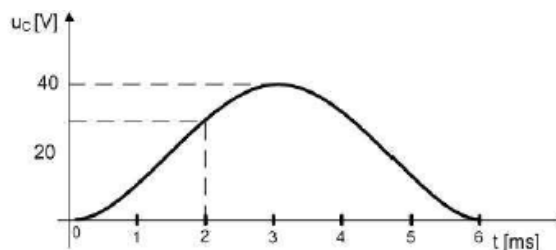
**Rješenje:**

- a)  $t_1=(0:1) \text{ ms}; u_R=2000t \text{ (V)}; u_L= 20 \text{ (V)}; u_C= 10^7t^2 \text{ (V)}$   
 b)  $t_2=(1:2) \text{ ms}; u_R=20 \text{ (V)}; u_L= 0 \text{ (V)}; u_C= 2 \cdot 10^4t-10 \text{ (V)}$   
 c)  $t_3=(2:4) \text{ ms}; u_R=-20 \cdot 10^{-3}t+60 \text{ (V)}; u_L= -20 \text{ (V)}; u_C= -10^7t^2+ 6 \cdot 10^4t-50 \text{ (V)}$   
 d)  $t_4=(4:5) \text{ ms}; u_R=-20 \text{ (V)}; u_L= 0 \text{ (V)}; u_C= -2 \cdot 10^4t+110 \text{ (V)}$   
 e)  $t_5=(5:6) \text{ ms}; u_R=2 \cdot 10^4 -120 \text{ (V)}; u_L= 20 \text{ (V)}; u_C= 10^7t^2-12 \cdot 10^4t+360 \text{ (V)}$

Valni oblici napona na induktivitetu i kondenzatoru dani su na slikama 2.9a i 2.9b



Slika 2.9a



Slika 2.9b

**LITERATURA**

- [1] Branislav Kuzmanović, „Osnove elektrotehnike II“, Zagreb ELEMENT, 2000  
 [2] Ivan Felja-Danira Koračin, „Zbirka zadataka i rješanih primjera iz osnova elektrotehnike 1. i 2. dio“, Zagreb, Školska knjiga 1985.  
 [3] Gordan Đurović, „Elektrotehnika I i II-Zbirka zadataka, Zagreb, 2004.  
 [4] E. Šehović, M. Tkalić, I. Felja, Osnove elektrotehnike - zbirka primjera, I dio“, Školska knjiga, Zagreb, 1984.