

4. SINUSOIDALNE STRUJE I NAPONI

4.1. Fazorski račun i priključak R, L i C elemenata na izmjenični napon

Preslik izmjenične električne veličine u rotirajući vektor:

$$a(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \leftrightarrow \underline{A} = A e^{j\omega t} e^{j\varphi} \quad (4.1)$$

Preslikavanje izmjeničnih električnih veličina u kompleksnu ravninu u fazor (mirujući vektor):

$$a(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \leftrightarrow \underline{A} = A(\cos(\varphi) + j \cdot \sin(\varphi)) \quad (4.2)$$

Preslikavanje izmjeničnih električnih veličina u kompleksnu ravninu u fazor s efektivnom vrijednosti:

$$a(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow \underline{A} = \frac{A}{\sqrt{2}}(\cos(\varphi) + j \cdot \sin(\varphi)) \quad (4.3)$$

Kompleksni i konjugirano kompleksni broj:

$$\begin{aligned} \underline{C} &= A + jB = C e^{j \arctg \frac{B}{A}} = C \left[\arctg \frac{B}{A} = C \mid \varphi \right. \\ \underline{C}^* &= A - jB = C e^{j \arctg \frac{B}{A}} = C \left[\arctg \frac{B}{A} = C \mid -\varphi \right. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Otpor, induktivitei i kapacitete u kompleksnoj ravnini:

$$R \rightarrow R; L \rightarrow j\omega L = jX_L; C \rightarrow -j/(\omega C) = -jX_C \quad (4.5)$$

AV4-Z1: Treba odrediti sljedeće izraze: $\underline{A} \cdot \underline{A}^*$, $\underline{A} + \underline{A}^*$, $\underline{A} - \underline{A}^*$, $\underline{A} / \underline{A}^*$ ako je: a) $\underline{A} = 3 - j4$; b) $\underline{A} = 10 \angle -30^\circ$; c) $\underline{A} = 2,5 \cdot e^{-j\pi/3}$.

Rješenje:

$$a) \quad \underline{A} = 3 - j4; \quad \underline{A}^* = 3 + j4; \quad |A| = \sqrt{\operatorname{Re}(A)^2 + \operatorname{Im}(A)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 25$$

$$\underline{A} \cdot \underline{A}^* = (3 - j4) \cdot (3 + j4) = 9 + 16 = 25$$

$$\underline{A} + \underline{A}^* = (3 - j4) + (3 + j4) = 6$$

$$\underline{A} - \underline{A}^* = (3 - j4) - (3 + j4) = -j8$$

$$\frac{\underline{A}}{\underline{A}^*} = \frac{3 - j4}{3 + j4} = \frac{3 - j4}{3 + j4} \cdot \frac{3 - j4}{3 - j4} = \frac{9 - j24 - 16}{9 + 16} = -0,28 - j0,96$$

$$b) \quad \underline{A} = 10 \angle -30^\circ = 10 \cdot (\cos(-30^\circ) + j \sin(-30^\circ)) = 8,66 - j0,5$$

$$\underline{A} \cdot \underline{A}^* = 10^2 \cdot e^{j(-30+30)} = 100$$

$$\underline{A} + \underline{A}^* = 8,66 - j0,5 + 8,66 + j0,5 = 17,32$$

$$\underline{A} - \underline{A}^* = (8,66 - j0,5) - (8,66 + j0,5) = -j1$$

$$\frac{\underline{A}}{\underline{A}^*} = \frac{10 \angle -30^\circ}{10 \angle 30^\circ} = 1 \angle -60^\circ = 0,5 - j0,86$$

$$c) \quad \underline{A} = 2,5 \cdot e^{-j\pi/3} = 2,5 \angle -60^\circ = -1,25 - j2,16$$

$$\underline{A} \cdot \underline{A}^* = 2,5^2 \cdot e^{j(-60+60)} = 6,25$$

$$\underline{A} + \underline{A}^* = -2,5$$

$$\underline{A} - \underline{A}^* = -j4,33$$

$$\frac{\underline{A}}{\underline{A}^*} = -0,5 + j0,86$$

AV4-Z2: Napon priključen na neki krug mijenja se po sinusoidalnom zakonu: $U_m = 10 \text{ V}$; $f = 25 \text{ Hz}$. Za koji će najmanji vremenski interval od početka periode napon dostići vrijednost: a) $+5 \text{ V}$; b) $+10 \text{ V}$; c) -5 V .

Rješenje:

Trenutna vrijednost napona:

$$u(t) = U_m \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) = 10 \cdot \sin(314 \cdot t)$$

$$a) \quad 5 = 10 \cdot \sin(157 \cdot t) \Rightarrow 157 \cdot t = \arcsin(0,5) \Rightarrow 157 \cdot t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = 0,00333 \text{ (s)}$$

$$b) \quad 10 = 10 \cdot \sin(157 \cdot t) \Rightarrow 157 \cdot t = \arcsin(1) \Rightarrow 157 \cdot t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0,01 \text{ (s)}$$

$$c) -5 = 10 \cdot \sin(157 \cdot t) \Rightarrow 157 \cdot t = \arcsin(-0,5) \Rightarrow 157 \cdot t = 210 \frac{\pi}{180} \Rightarrow t = 0,023 (s)$$

AV4-Z3: Izrazi za trenutne vrijednosti pet struja su: $i_1 = 2\sin(\omega t)$; $i_2 = 6\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{3})$; $i_3 = 4\sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$; $i_4 = 8\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{6})$; $i_5 = -10\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})$. Treba nacrtati u kompleksnoj ravnini vektorske dijagrame struja i odrediti izraze za struje u kompleksnom obliku.

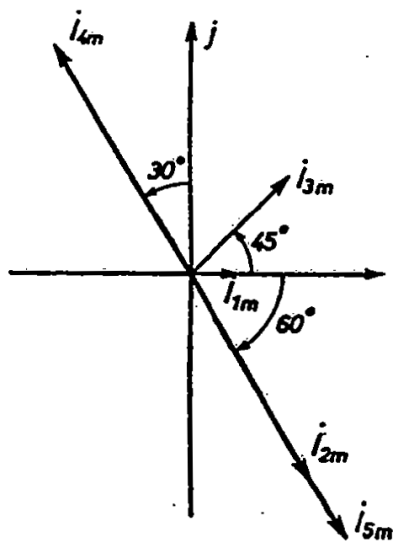
Rješenje:

Kompleksni oblik amplituda struja su:

$$\underline{I}_{1m} = 2 \cdot e^{j0} = 2 (A); \underline{I}_{2m} = 6\sqrt{2}e^{-j\frac{\pi}{3}} (A); \underline{I}_{3m} = 4e^{j\frac{\pi}{4}} (A); \underline{I}_{4m} = 8\sqrt{2}e^{j\frac{2\pi}{3}} (A);$$

$$\underline{I}_{5m} = -10 \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} = 10 \cdot e^{j\frac{5\pi}{3}} (A)$$

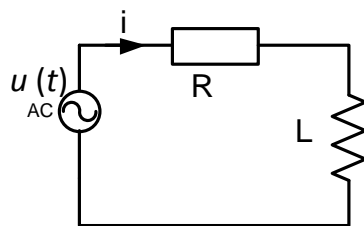
Dijagram vektora struja prikazuje slika 4.1



Slika:4.1

AV4-Z4: Na svitak kojemu je radni otpor $R = 2 \Omega$ i induktivitet $L = 1 \text{ mH}$ priključen je napon $u = 10\sin(3000t)$ (slika 4.2.). Treba:

- 1) Odrediti $i(t)$; $u_L(t)$ i $u_R(t)$
- 2) Nacrtati dijagram vremenske ovisnosti i vektorski prikaz veličina u ; i ; u_R

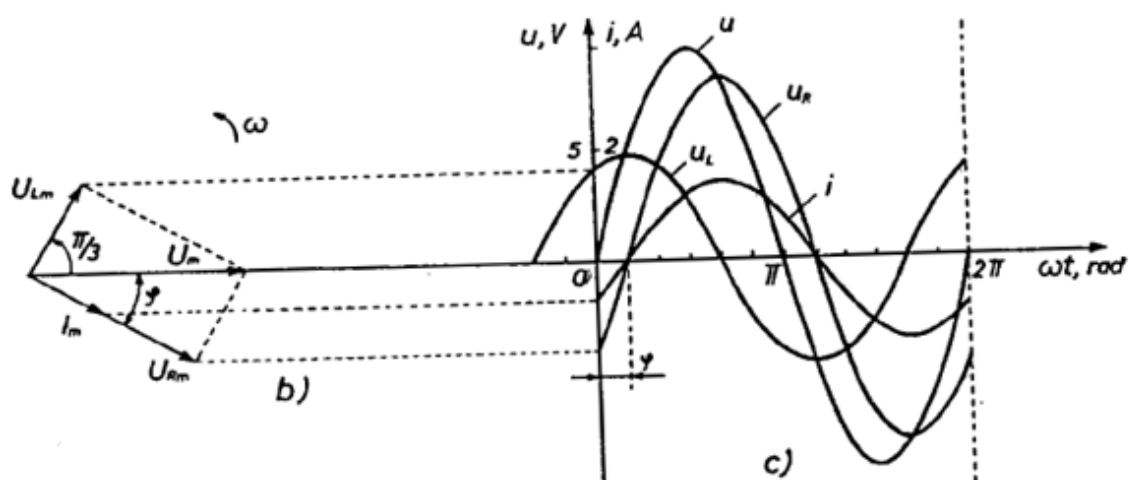


Sl. 4.2.

Rješenje:

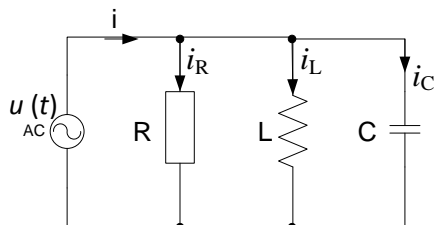
$$i = 2\sqrt{5} \cdot \sin(\omega t - 26,5^\circ); \quad u_R = 4\sqrt{5} \cdot \sin(\omega t - 26,5^\circ); \quad u_L = 2\sqrt{5} \cdot \sin(\omega t + 63,5^\circ)$$

Dijagram vremenskih ovisnosti vektorski prikaz prikazuje slika 3.4.1



Slika: 3.4.1

AV4-Z5: U spoju (slika 4.2.) je $u = \operatorname{Re}[20e^{j15^\circ} e^{j\omega t}]$; $R = 5 \Omega$; $L = 1 \text{ mH}$; $C = 25 \mu\text{F}$ i $\omega = 10000 \text{ s}^{-1}$. Treba odrediti kompleksne izraze i jednačbe za trenutne vrijednosti, i_R ; i_L ; i_C ; i ; u



Sl. 4.2.

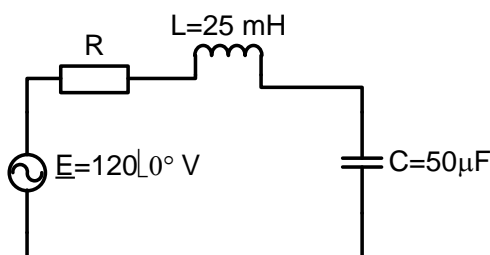
Rješenje:

$$i_R = \text{Im} \left\{ 4 \cdot e^{j(\omega t + 15^\circ)} \right\} = 4 \cdot \sin(\omega t + 15^\circ) \text{ (A)}; \quad \underline{I}_R = \frac{4}{\sqrt{2}} / 15^\circ \text{ (A)}$$

$$i_L = \text{Im} \left\{ 2 \cdot e^{j(\omega t - 75^\circ)} \right\} = 2 \cdot \sin(\omega t - 75^\circ) \text{ (A)}; \quad \underline{I}_L = \frac{2}{\sqrt{2}} / -75^\circ \text{ (A)}$$

$$i_C = \text{Im} \left\{ 5 \cdot e^{j(\omega t + 105^\circ)} \right\} = 5 \cdot \sin(\omega t + 105^\circ) \text{ (A)}; \quad \underline{I}_C = \frac{5}{\sqrt{2}} / +105^\circ \text{ (A)}$$

AV4-Z6: U mreži na slici 4.3, kod frekvencije $\omega=400$ rad/s, struja prethodi EMS za kut $63,4^\circ$. Treba odrediti R i napone na svakom elementu.



SLIKA 4.3

Rješenje:

$$R=20 \text{ (}\Omega\text{)}; \quad U_R=53,73 \text{ (}\Omega\text{)}; \quad U_L=26,83 \text{ (}\Omega\text{)}; \quad U_C=134,16 \text{ (}\Omega\text{)};$$

LITERATURA

- [1] Branislav Kuzmanović, „Osnove elektrotehnike II“, Zagreb ELEMENT, 2000
- [2] Ivan Felja-Danira Koračin, „Zbirka zadataka i rješениh primjera iz osnova elektrotehnike 1. i 2. dio“, Zagreb, Školska knjiga 1985.
- [3] Gordan Đurović, „Elektrotehnika I i II-Zbirka zadataka, Zagreb, 2004.
- [4] E. Šehović, M. Tkalić, I. Felja, Osnove elektrotehnike - zbirka primjera, I dio“, Školska knjiga, Zagreb, 1984.