

## 8. METODE ZA RJEŠAVANJE SLOŽENIH STRUJNIH KRUGOVA

### 8.1. Metoda konturnih struja

#### Teorijski uvod

Kirchhoffov zakon za struje (KZS) (I Kirchhoffov zakon):

$$\sum_{k=1}^n \underline{I}_k = 0 \quad (6.1)$$

Kirchhoffov zakon za napone (KZN) (II Kirchhoffov zakon):

$$\sum_{j=1}^m \underline{U}_j = 0 \quad (6.2)$$

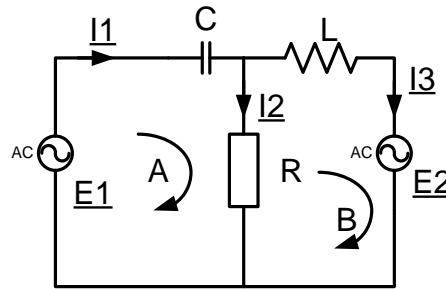
Postupak:

1. Prvo zadamo po volji smjerove struja grana i napone na strujnim izvorima.
2. Zatim zadamo po volji smjer obilaska svih nezavisnih petlji za pisanje jednadžbi KZN-a.
3. Pišemo jednadžbe KZN-a za sve nezavisne petlje i jednadžbe KZS-a za sve čvorove osim jednog.
4. Riješimo dobiveni sustav linearnih jednadžbi.

Postupak kod analize mreže metodom konturnih struja:

1. Po volji se zadaju smjerovi struja svih grana i naponi na strujnim izvorima.
2. Po volji se zadaju smjerovi svih konturnih struja.
3. Za sve konture se pišu jednadžbe KZN-a uz smjer obilaska konture jednak smjeru konturne struje.
4. Riješi se dobiveni sustav jednadžbi s konturnim strujama kao nepoznicama.
5. Struje grana se izraze preko konturnih struja i izračunaju se.

**AV8-Z1:** Metodom konturnih struja odrediti struje grana u zadanoj mreži na Slici 8.1. Zadano je:  $\underline{E}_1 = 100/0^\circ$ ;  $\underline{E}_2 = 100/90^\circ$ ;  $R = X_L = 5 \Omega$ ;  $X_C = 2 \Omega$ .



Sl. 8.1

**Rješenje:**

**Petlja A:**  $\underline{E}_1 - \underline{I}_A \cdot (-jX_C) - \underline{I}_A \cdot R + \underline{I}_B \cdot R = 0$

**Petlja B:**  $-\underline{I}_B \cdot R - \underline{I}_B \cdot jX_L + \underline{I}_A \cdot R - \underline{E}_2 = 0$

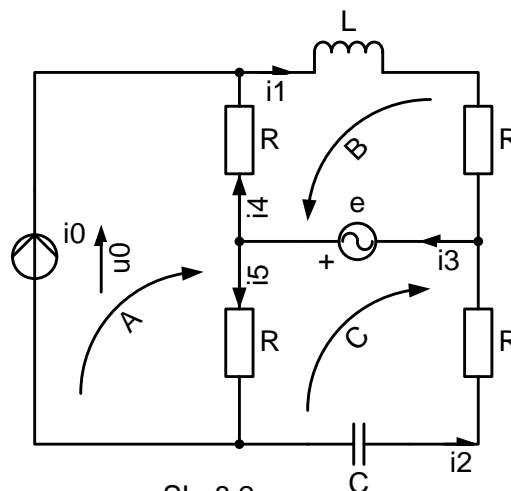
Rješavanjem sustava 2 linearne jednačbe dobiju se struje  $\underline{I}_A$  i  $\underline{I}_B$  :

$$\underline{I}_A = 27,73/-56,31^\circ \text{ (A)}, \underline{I}_B = 32,3/-115,35^\circ \text{ (A)}$$

Struje grana su:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_A = 27,73/-56,31^\circ \text{ (A)}; \underline{I}_2 = \underline{I}_A - \underline{I}_B = 29,87/11,89^\circ \text{ (A)}; \underline{I}_3 = \underline{I}_B = 32,3/-115,35^\circ \text{ (A)}$$

**AV8-Z2:** Za naznačeni smjer obilaska metodom konturnih struja odredite struje svih grana i radnu snagu svih izvora u mreži na Slici 8.2. Zadano:  $e(t) = -100\sqrt{2}\cos 10^4 t \text{ V}$ ,  $i_0(t) = 10\sqrt{2}\sin 10^4 t \text{ A}$ ,  $R = 10 \Omega$ ,  $L = 4 \text{ mH}$ ,  $C = 2,5 \mu\text{F}$ .



SL. 8.2.

**Rješenje:**

$$\text{Petlja A: } \underline{U}_0 - \underline{I}_0 \cdot R - \underline{I}_B \cdot R - \underline{I}_0 \cdot R + \underline{I}_C \cdot R = 0$$

$$\text{Petlja B: } -\underline{I}_0 \cdot R - \underline{I}_B \cdot R - \underline{I}_B \cdot jX_L - \underline{I}_B \cdot R - \underline{E} = 0$$

$$\text{Petlja C: } \underline{I}_0 \cdot R - \underline{I}_C \cdot R - \underline{E} - \underline{I}_C \cdot R + \underline{I}_C \cdot jX_C = 0$$

Rješenjem sustava 3 linearne jednadžbe za  $U_0$ ,  $I_B$  i  $I_C$  imamo:

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_A; \underline{I}_B = 1 + j3 \text{ (A)}; \underline{I}_C = -1 + j3 \text{ (A)}; \underline{U}_0 = 220 \text{ (V)};$$

Struje grana su:

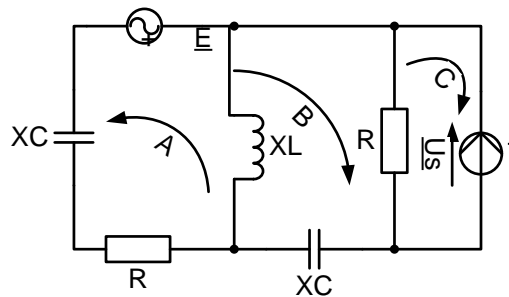
$$\underline{I}_1 = -\underline{I}_B = -1 - j3 \text{ (A)}; \underline{I}_2 = -\underline{I}_C = 1 - j3 \text{ (A)}; \underline{I}_3 = -\underline{I}_B - \underline{I}_C = -j6 \text{ (A)}$$

$$\underline{I}_4 = -\underline{I}_0 - \underline{I}_B = -11 - j3 \text{ (A)}; \underline{I}_5 = \underline{I}_0 - \underline{I}_C = 11 - j3 \text{ (A)}$$

Snage izvora su:

$$P_E = E \cdot I_3 = 600 \text{ (W)}; P_I = U_0 \cdot I_0 = 2200 \text{ (W)}$$

**AV8-Z3:** Primjenom metode konturnih struja odredite struju kroz  $X_L$  u shemi na Slici 8.3. Zadano je:  $\underline{I} = 1 \text{ A}$ ,  $\underline{E} = 1 \text{ V}$ ,  $R = 1 \Omega$ ,  $X_C = 1 \Omega$ ,  $X_L = 0,5 \Omega$ .



SL. 8.3

**Rješenje:**

Uz pretpostavku da struje u poprečnim granama imaju smjer prema gore, u uzdužnim s lijeva prema desno, jednačbe KZN za petlje A, B i C uz zadani smjer obilaska su:

$$\text{Petlja A: } \underline{I}_A \cdot (R + jX_L - jX_C) + \underline{I}_B \cdot jX_L = -\underline{E}$$

$$\text{Petlja B: } \underline{I}_B \cdot (R + jX_L - jX_C) + \underline{I}_A \cdot jX_L - \underline{I}_C \cdot R = 0$$

$$\text{Petlja C: } \underline{I}_C \cdot R - \underline{I}_B \cdot R = -\underline{U}_S$$

Rješenje sustava linearnih jednačbi sa tri nepoznanice dobije se:

$$\underline{I}_A = -1 + j0 = 1/180^\circ \text{ (A)}$$

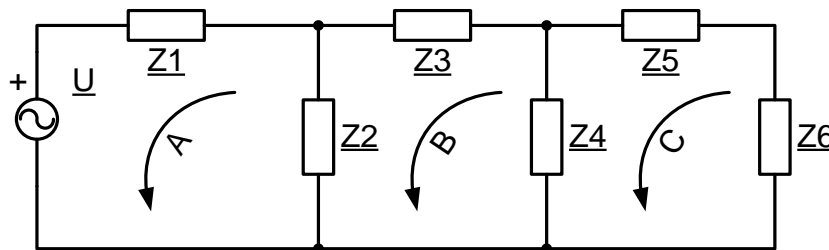
$$\underline{I}_B = -1 + j0 = 1/180^\circ \text{ (A)}$$

$$\underline{U}_S = 0 \text{ (V)}$$

Struja kroz induktivitet  $X_L$  iznosi:

$$\underline{I}_{XL} = -\underline{I}_A - \underline{I}_B = 2 \text{ (A)}$$

**AV8-Z4:** Metodom konturnih struja odredite ulaznu impedanciju mreže na Slici 8.4. Zadano je:  $U = 8 \text{ V}$ ,  $\underline{Z}_1 = 1 + j \Omega$ ,  $\underline{Z}_2 = -j \Omega$ ,  $\underline{Z}_3 = j2 \Omega$ ,  $\underline{Z}_4 = j \Omega$ ,  $\underline{Z}_5 = -j \Omega$  i  $\underline{Z}_6 = 1 \Omega$ .



SL. 8.4

**Rješenje:**

KZN za petlje A, B i C preko konturnih struja glasi:

$$\text{Petlja A: } \underline{I}_A \cdot (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) - \underline{I}_B \cdot \underline{Z}_2 = -\underline{U}$$

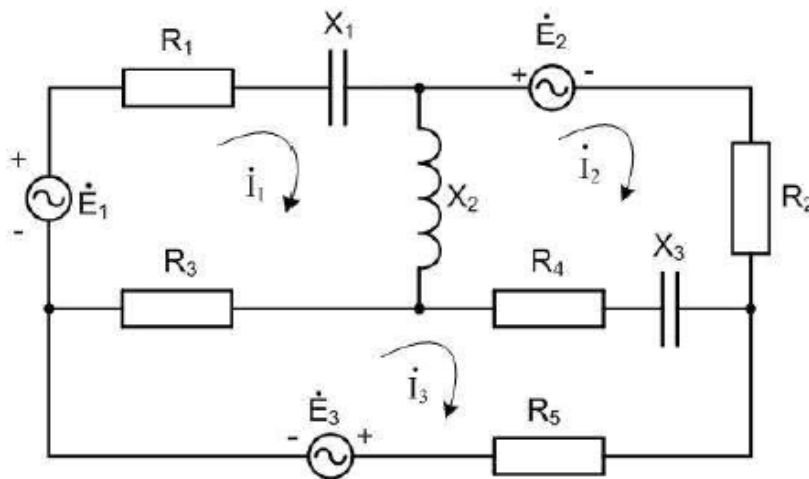
$$\text{Petlja B: } \underline{I}_B \cdot (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) - \underline{I}_A \cdot \underline{Z}_2 - \underline{I}_C \cdot \underline{Z}_4 = 0$$

$$\text{Petlja C: } \underline{I}_C \cdot (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_6) - \underline{I}_B \cdot \underline{Z}_4 = 0$$

Ulazna impedancija je omjer ulaznog napona i struje. Za zadani polaritet naponskog izvora i pretpostavljeni smjer konturne struje  $I_A$  to je:

$$\underline{Z}_U = \frac{U}{-\underline{I}_A} = 1,2 - j0,4 \text{ (A)}$$

**AV8-Z5:** Treba odrediti radnu i jalovu snagu u shemi na slici 8.5. Zadano:  $R_1 = 2 \text{ (}\Omega\text{)}$ ,  $R_2 = 10 \text{ (}\Omega\text{)}$ ,  $R_3 = 5 \text{ (}\Omega\text{)}$ ,  $R_4 = 2 \text{ (}\Omega\text{)}$ ,  $R_5 = 10 \text{ (}\Omega\text{)}$ ,  $X_1 = 2 \text{ (}\Omega\text{)}$ ,  $X_2 = 5 \text{ (}\Omega\text{)}$ ,  $X_3 = 2 \text{ (}\Omega\text{)}$ ,  $\underline{E}_1 = 10/0^\circ \text{ (V)}$ ,  $\underline{E}_2 = 5/30^\circ \text{ (V)}$ ,  $\underline{E}_3 = 10/90^\circ \text{ (V)}$ ,



Slika 8.5

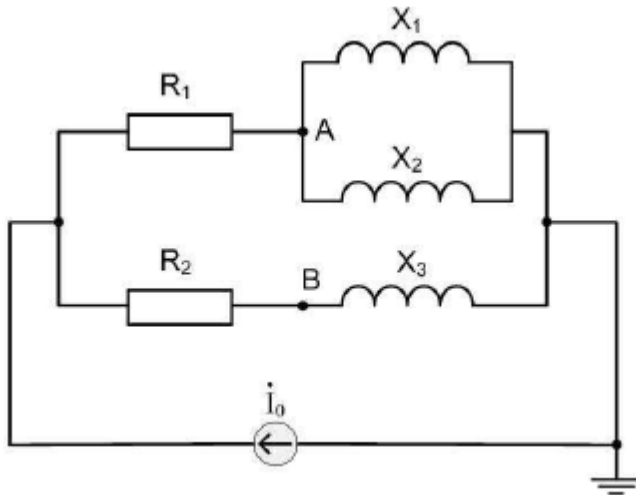
**Rješenje:**

$$\underline{I}_1 = 1,66 / -41,53^\circ \text{ (A)}; \quad \underline{I}_2 = 0,093 / 53,02^\circ \text{ (A)}; \quad \underline{I}_3 = 0,98 / -60,54^\circ \text{ (A)};$$

$$\underline{S}_1 = 12,46 + j11,04 \text{ (VA)}; \quad \underline{S}_2 = -0,42 + j0,18 \text{ (VA)}; \quad \underline{S}_3 = 8,54 - j4,8 \text{ (VA)}$$

$$\underline{S} = 20,6 + j6,4 \text{ (VA)}; \Rightarrow P = 20,6 \text{ (W)}; \quad Q = 6,4 \text{ (VAr)}$$

**AV8-Z6:** U mreži na slici 8.6 treba odrediti napon  $\underline{U}_{AB}$  Zadano:  $R_1 = R_2 = 2 \text{ (}\Omega\text{)}$ ;  $X_1 = 5 \text{ (}\Omega\text{)}$ ,  $X_2 = 10 \text{ (}\Omega\text{)}$ ;  $X_3 = 4 \text{ (}\Omega\text{)}$ ;  $\underline{I}_0 = 10/0^\circ \text{ (A)}$



Slika 8.6

**Rješenje:**

$$\underline{I}_1 = 5,35 + j0,19 \text{ (A)}; \underline{I}_2 = 4,65 - j0,19 \text{ (A)}$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B = (-0,63 + j17,83) - (0,76 + j18,6) = -1,4 - j0,77 \text{ (V)}$$

## LITERATURA

- [1] Branislav Kuzmanović, „Osnove elektrotehnike II“, Zagreb ELEMENT, 2000
- [2] Ivan Felja-Danira Koračin, „Zbirka zadataka i rješениh primjera iz osnova elektrotehnike 1. i 2. dio“, Zagreb, Školska knjiga 1985.
- [3] Gordan Đurović, „Elektrotehnika I i II-Zbirka zadataka, Zagreb, 2004.
- [4] E. Šehović, M. Tkalić, I. Felja, Osnove elektrotehnike - zbirka primjera, I dio“, Školska knjiga, Zagreb, 1984.

