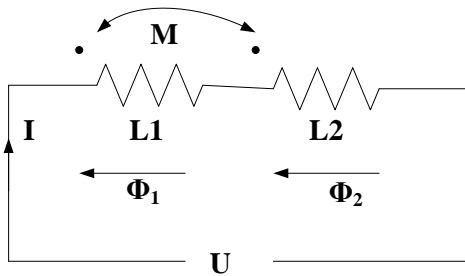
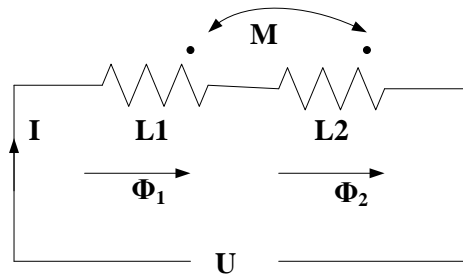


10. Krugovi sa međuinduktivnim vezama

1) Magnetski tokovi se potpomažu



Slika: 10.1a



Slika: 10.1b

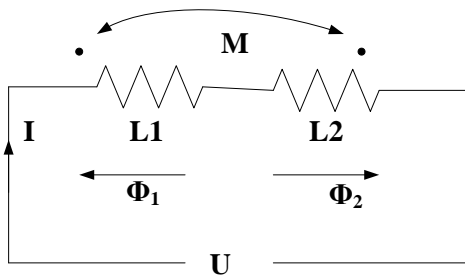
Za slučaj kad se magnetski tokovi potpomažu slika 10.1a i 10.1b , naponska jednađba glasi:

$$\underline{U} = \underline{I} \cdot j\omega L_1 + \underline{I} \cdot j\omega L_2 + \underline{I} \cdot 2 \cdot j\omega M = \underline{I} \cdot \omega M \cdot (L_1 + L_2 + 2 \cdot M) \quad (V) \quad (10-1)$$

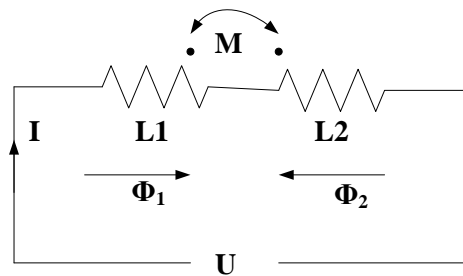
Ukupni induktivitet je:

$$L = L_1 + L_2 + 2 \cdot M \quad (H) \quad (10-2)$$

2) Magnetski tokovi se odmažu



Slika: 10.2a



Slika: 10.2b

Za slučaj kad se magnetski tokovi potpomažu slika 10.1a i 10.1b , naponska jednađba glasi:

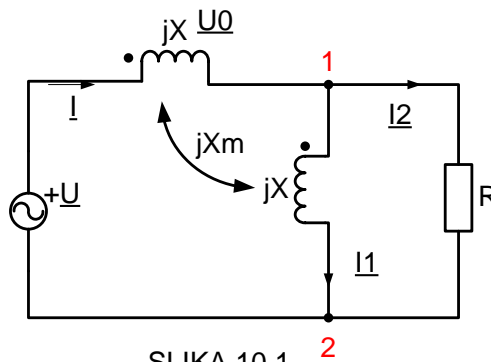
$$\underline{U} = \underline{I} \cdot j\omega L_1 + \underline{I} \cdot j\omega L_2 - \underline{I} \cdot 2 \cdot j\omega M = \underline{I} \cdot \omega M \cdot (L_1 + L_2 - 2 \cdot M) \quad (V) \quad (10-3)$$

Ukupni induktivitet je:

$$L = L_1 + L_2 - 2 \cdot M \quad (H) \quad (10-4)$$

$$\text{Koeficijent međusobne indukcije: } k = \frac{X_M}{\sqrt{X_{L1} \cdot X_{L2}}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \quad (10-5)$$

A10-Z1: Zadana je mreža na slici 10.1 kojoj je $U = 200 \text{ V}$, $X = 140 \Omega$, $R = 30 \Omega$ i $X_m = 60 \Omega$. Naći struje I , I_1 i I_2 te napone U_0 i U_{12} .



SLIKA 10.1

Rješenje:

Rješavamo primjenom KZN i KZS, voditi računa o predznacima napona međuindukcije i samoindukcije. Smjerovi u obje petlje neka su u negativnom matematičkom smjeru.

$$\text{KZS: } \underline{I} - \underline{I}_1 - \underline{I}_2 = 0$$

$$\underline{U} - \underline{I} \cdot jX - \underline{I}_1 \cdot jX - \underline{I}_1 \cdot jX_M - \underline{I} \cdot jX_M = 0$$

KZN:

$$\underline{I}_1 \cdot jX - \underline{I}_2 \cdot R + \underline{I} \cdot jX_M = 0$$

Rješenja su:

$$\underline{I} = 0,6 - j0,3 \text{ (A)}$$

$$\underline{I}_1 = -0,6 + j0,3 \text{ (A)}$$

$$\underline{I}_2 = 1,2 - j1,6 \text{ (A)}$$

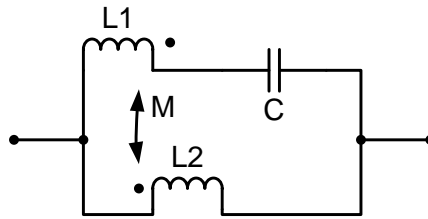
Napon U_{12} iznosi:

$$\underline{U}_{12} = \underline{I}_2 \cdot R = 36 - j48 \text{ (V)}$$

Napon U_0 je zbroj napona samoindukcije i međuindukcije na X:

$$\underline{U}_0 = \underline{I} \cdot jX + \underline{I}_1 \cdot jX_M = 164 + j48 \text{ (V)}$$

A10-Z2: Odredite koeficijent međuindukcije između svitaka pri kojem će u krugu na slici 10.2 nastati strujna rezonancija. Induktiviteti svitaka su $L1 = 40 \text{ mH}$ i $L2 = 20 \text{ mH}$. Kružna frekvencija izvora koji napaja cijeli krug je $\omega = 10^4 \text{ s}^{-1}$. Kapacitet kondenzatora je $C = 0,2857 \text{ }\mu\text{F}$.



SLIKA 10.2

Rješenje:

Da bi našli ekvivalentnu impedanciju trebamo naći omjer ukupnog napona i struje. Pretpostavimo da ukupna struja i struje grana teku s lijeva na desno, tada su svici nesuglasno vezani.

$$\underline{I}_1 \cdot (jX_1 - jX_C) - \underline{I}_2 \cdot jX_M = \underline{I}_2 \cdot jX_2 - \underline{I}_1 \cdot jX_M$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \cdot \frac{jX_1 - jX_C + jX_M}{jX_2 + jX_M}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 \cdot \left[1 + \frac{X_1 - X_C + X_M}{X_2 + X_M} \right]$$

$$\underline{U} = \underline{I} \cdot \underline{Z} = \underline{I}_1 \cdot \left[1 + \frac{X_1 - X_C + X_M}{X_2 + X_M} \right] \cdot \underline{Z}$$

$$\underline{U} = \underline{I}_2 \cdot jX_2 - \underline{I}_1 \cdot jX_M$$

$$\underline{U} = \underline{I}_1 \cdot \left[jX_2 \cdot \frac{X_1 - X_C + X_M}{X_2 + X_M} - jX_M \right]$$

$$jX_2 \cdot \frac{X_1 - X_C + X_M}{X_2 + X_M} - jX_M = \left[1 + \frac{X_1 - X_C + X_M}{X_2 + X_M} - jX_M \right] \cdot \underline{Z}$$

$$j \frac{X_2 \cdot (X_1 - X_C + X_M) - X_M (X_2 + X_M)}{X_2 + X_M} = \underline{Z} \cdot \frac{X_2 + X_M + X_1 - X_C + X_M}{X_2 + X_M}$$

$$\underline{Z} = j \frac{X_2 \cdot (X_1 - X_C + X_M) - X_M (X_2 + X_M)}{X_2 + X_M + X_1 - X_C + X_M}$$

U rezonanciji je imaginarni dio impedancije jednak nuli to je:

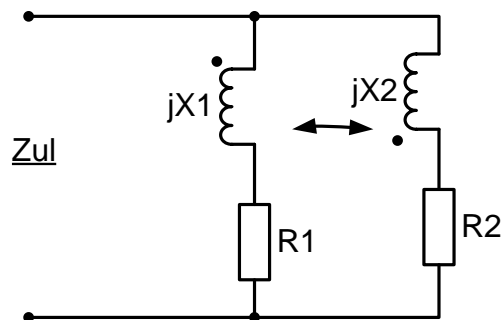
$$X_2 \cdot (X_1 - X_C + X_M) - X_M (X_2 + X_M) = 0$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = 400 \text{ } (\Omega); \quad X_2 = \omega \cdot L_2 = 200 \text{ } (\Omega)$$

$$X_M = \sqrt{X_2 \cdot (X_1 - X_C)} = 100 \text{ } (\Omega)$$

$$k = \frac{X_M}{\sqrt{X_1 \cdot X_2}} = 0,35$$

A10-Z3: U mreži na slici 10.3 odredite ulaznu impedanciju.



SLIKA 10.3

Rješenje:

Neka struje I_1 i I_2 teku prema dolje a struja I s lijeva na desno, a obe petlje neka imaju obilazak u negativnom matematičkom smjeru. KZN i KZS su:

$$\underline{U} - \underline{I}_1 \cdot (R_1 + jX_1) + \underline{I}_2 \cdot jX_M = 0$$

$$\underline{I}_1 \cdot (R_1 + jX_1) + \underline{I}_2 \cdot (R_2 + jX_2) - \underline{I}_2 \cdot jX_M + \underline{I}_1 \cdot jX_M = 0$$

$$\underline{I} - \underline{I}_1 - \underline{I}_2 = 0$$

Iz druge jednadžbe izrazimo I_2 i uvrstimo u prvu i treću, nakon toga iz treće izrazimo I_1 i uvrstimo u prvu pa se dobiju jednadžbe po U i I .

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \cdot \left(\frac{R_1 + jX_1 + jX_M}{R_2 + jX_2 + jX_M} \right)$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 \cdot \left(1 + \frac{R_1 + jX_1 + jX_M}{R_2 + jX_2 + jX_M} \right)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I} \cdot \left(\frac{R_2 + jX_2 + jX_M}{R_1 + jX_1 + jX_M + R_2 + jX_2 + jX_M} \right)$$

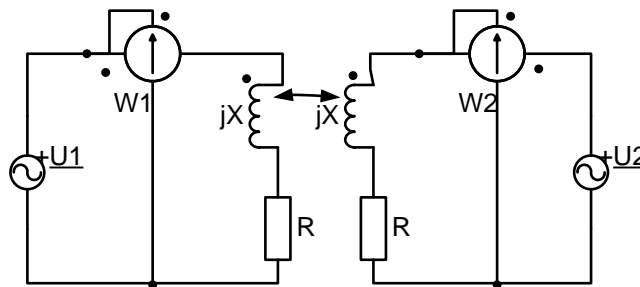
$$\underline{U} - \underline{I}_1 \cdot (R_1 + jX_1) + \underline{I}_1 \cdot \left(\frac{R_1 + jX_1 + jX_M}{R_2 + jX_2 + jX_M} \right) \cdot jX_M = 0$$

$$\underline{U} = \underline{I} \cdot \left[\frac{R_2 + jX_2 + jX_M}{R_1 + jX_1 + jX_M + R_2 + jX_2 + jX_M} \cdot (R_1 + jX_1) - \frac{R_2 + jX_2 + jX_M}{R_1 + jX_1 + jX_M + R_2 + jX_2 + jX_M} \cdot \left(\frac{R_1 + jX_1 + jX_M}{R_2 + jX_2 + jX_M} \right) \cdot jX_M \right]$$

Omjer napona i struje je ulazna impedancija:

$$\underline{Z}_U = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{(R_1 + jX_1) \cdot (R_2 + jX_2) + X_M^2}{R_1 + X_1 + X_M + R_2 + X_2 + X_M}$$

A10-Z4: U mreži na slici 10.4 odredite pokazivanja vatmetara. Zadano je: $R = 3 \Omega$, $X = 4 \Omega$, $X_M = 3 \Omega$, $\underline{U}_1 = 10 \angle 0^\circ \text{ V}$, $\underline{U}_2 = 6 \angle 36,5^\circ \text{ V}$.



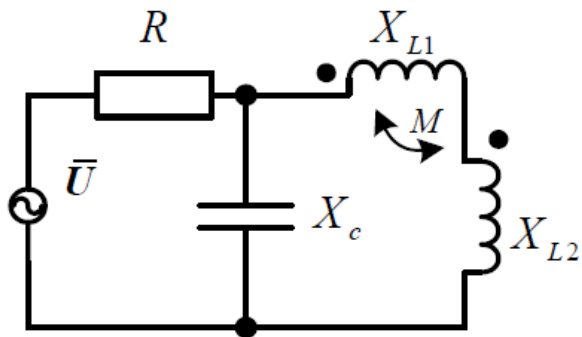
SLIKA 10.4

Rješenje:

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^* = 12 + j16 \text{ (VA)}; \quad \underline{S}_2 = \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* = 0 + j0 \text{ (VA)}$$

$$P_1 = 12 \text{ (W)}; \quad P_2 = 0 \text{ (W)}$$

A10-Z5: Koliki je napon izvora na slici 10.5 ako je snaga otpornika $P_R = 10 \text{ (W)}$? Zadano je $R = 40 \text{ (}\Omega\text{)}$, $X_{L1} = 32 \text{ (}\Omega\text{)}$, $X_{L2} = 2 \text{ (}\Omega\text{)}$, $X_C = 20 \text{ (}\Omega\text{)}$, i koeficijent veze $k = 0,375$.

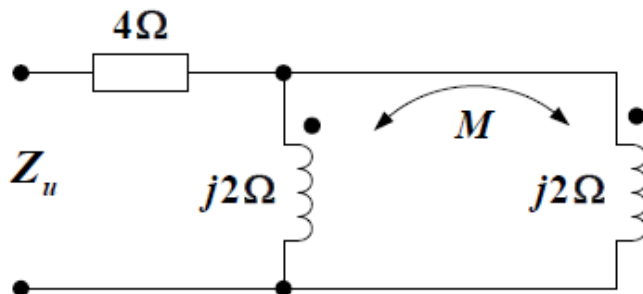


Slika 10.5

Rješenje:

$$\underline{Z} = 40 - j40 \text{ } (\Omega); U = 28,28 \text{ } (V)$$

A10-Z6: Potrebno je izračunati ulaznu impedanciju spoja na slici 10.6 ako je $X_M = 1 \text{ } (\Omega)$.



Slika 10.6

Rješenje:

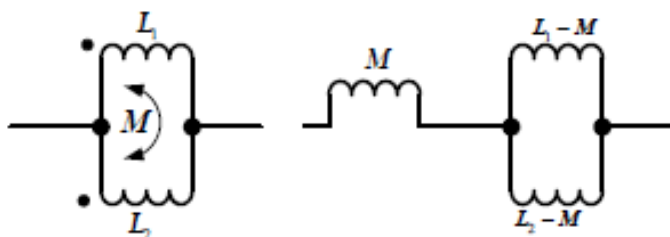
Ukupni induktivni otpor je :

$$\underline{X}_u = \frac{\underline{X}_1 \cdot \underline{X}_2 - \underline{X}_M^2}{\underline{X}_1 + \underline{X}_2 - 2 \cdot \underline{X}_M} = 1,5 \text{ } (\Omega)$$

a ukupna impedancija:

$$\underline{Z}_u = \frac{U}{I_1} = 4 + j1,5 \text{ } (\Omega)$$

Ekvivalentni spoj prikazuje slika 10.7



Slika 10.7

LITERATURA

- [1] Branislav Kuzmanović, „Osnove elektrotehnike II“, Zagreb ELEMENT, 2000
- [2] Ivan Felja-Danira Koračin, „Zbirka zadataka i rješениh primjera iz osnova elektrotehnike 1. i 2. dio“, Zagreb, Školska knjiga 1985.
- [3] Gordan Đurović, „Elektrotehnika I i II-Zbirka zadataka, Zagreb, 2004.
- [4] E. Šehović, M. Tkalić, I. Felja, Osnove elektrotehnike - zbirka primjera, I dio“, Školska knjiga, Zagreb, 1984.