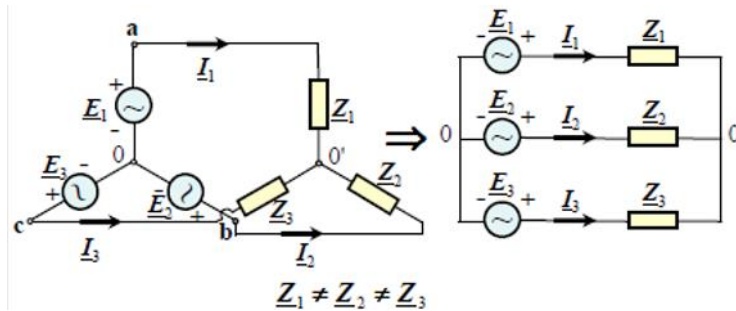


11. TROFAZNE MREŽE – NESIMETRIČNA TROŠILA

1) Spoj zvijezda-izvor i zvijezda-trošilo



Slika: 11.1

U spoju zvijezda slika 11.1 fazni naponi izvora su:

$$\underline{E}_1 = E_1 / 0^\circ \text{ (V)}; \underline{E}_2 = E_1 / -120^\circ \text{ (V)}; \underline{E}_3 = E_1 / 120^\circ \text{ (V)} \quad (11-1)$$

Linijski naponi su:

$$\underline{E}_{12} = \underline{E}_1 - \underline{E}_2; \underline{E}_{23} = \underline{E}_2 - \underline{E}_3; \underline{E}_{31} = \underline{E}_3 - \underline{E}_1 \text{ (V)} \quad (11-2)$$

Struja trošila:

$$\underline{I}_{1t} = \frac{\underline{E}_1 - \underline{U}_{00'}}{\underline{Z}_1}; \underline{I}_{2t} = \frac{\underline{E}_2 - \underline{U}_{00'}}{\underline{Z}_2}; \underline{I}_{3t} = \frac{\underline{E}_3 - \underline{U}_{00'}}{\underline{Z}_3} \text{ (V)} \quad (11-3)$$

Napon između zvjezdista trošila i izvora je:

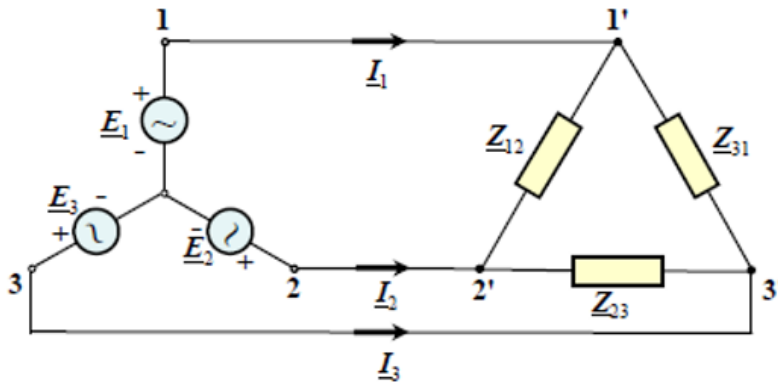
$$\underline{U}_{00'} = \frac{\underline{E}_1 \cdot \underline{Y}_1 + \underline{E}_2 \cdot \underline{Y}_2 + \underline{E}_3 \cdot \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} \text{ (V)} \quad (11-4)$$

Za spoj zvijezda izvora i trošila vrijedi:

$$|\underline{I}_f| = |\underline{I}_L|; |\underline{U}_L| = \sqrt{3} \cdot |\underline{I}_f| \quad (11-5)$$

U simetričnom trofaznom sustavu suma struja jednaka je nuli, a u nesimetričnom različita od nule.

2) Spoj zvijezda-izvor i trokut-trošilo



Slika: 11.2

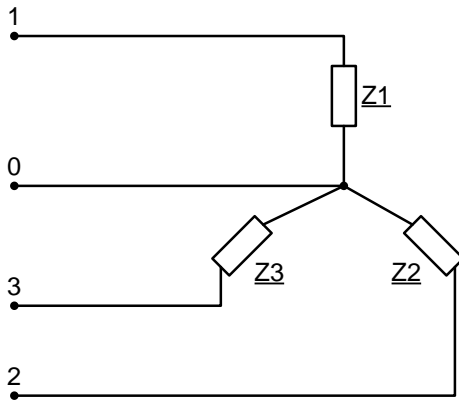
Za spoj trošila u trokut slika 11.2 fazni naponi jednaki su linijskim naponima, a linijska struja je za $\sqrt{3}$ veća od fazne struje i može se pisati:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1t} - \underline{I}_{3t}; \quad \underline{I}_2 = \underline{I}_{2t} - \underline{I}_{1t}; \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_{3t} - \underline{I}_{2t}; \quad |\underline{U}_f| = |\underline{U}_L|; \quad |\underline{I}_L| = \sqrt{3} \cdot |\underline{I}_f| \quad (11-6)$$

Struje trošila su:

$$\underline{I}_{1t} = \frac{\underline{E}_{12}}{\underline{Z}_{12}}; \quad \underline{I}_{2t} = \frac{\underline{E}_{23}}{\underline{Z}_{23}}; \quad \underline{I}_{3t} = \frac{\underline{E}_{31}}{\underline{Z}_{31}} \quad (A) \quad (11-7)$$

AVII-Z1: U shemi na slici 11.1 odrediti struju I_0 kroz nulti vodič. Zadano je: $Z_1 = 3+j4 \Omega$, $Z_2 = 6+j8 \Omega$, $Z_3 = 12 + j16 \Omega$ i linijski napon $U_l = 173 \text{ V}$.



SLIKA 11.1

Rješenje:

Prvo se odrede fazni naponi izvora:

$$\underline{U}_{f1} = \frac{U_l}{\sqrt{3}} / 0^\circ = 99,88 \text{ (V)}$$

$$\underline{U}_{f2} = \frac{U_l}{\sqrt{3}} / -120^\circ = 99,88 / -120^\circ = -49,24 - j86,50 \text{ (V)}$$

$$\underline{U}_{f3} = \frac{U_l}{\sqrt{3}} / 120^\circ = 99,88 / 120^\circ = -49,24 + j86,50 \text{ (V)}$$

Iako je trošilo nesimetrično opterećeno, zbog postojanja nul vodiča fazni naponi na trošilima jednaki su faznim naponima izvora:

$$\underline{U}_{t1} = \underline{U}_{f1} = 99,88 / 0^\circ \text{ (V)}; \underline{U}_{t2} = \underline{U}_{f2} = 99,88 / -120^\circ \text{ (V)}; \underline{U}_{t3} = \underline{U}_{f3} = 99,88 / 120^\circ \text{ (V)}$$

Fazne struje trošila jednake su linijskim strujama:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{t1}}{Z_1} = 11,98 - j15,98 = 19,97 / -53,13^\circ \text{ (A)}$$

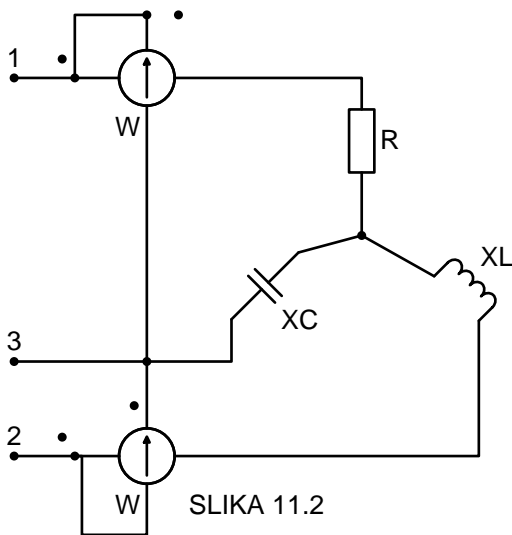
$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{t2}}{Z_2} = -9,91 - j1,19 = 9,98 / -173,13^\circ \text{ (A)}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{t3}}{Z_3} = 1,96 + j4,59 = 5,00 / 66,86^\circ \text{ (A)}$$

Struja neutralnog vodiča dobije se preko KZS za zvijezdište trošila:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 4,03 - j12,58 = 13,21 / -72,23^\circ \text{ (A)}$$

AV11-Z2: Odredite pokazivanje vatmetara u shemi na slici 2 ako je: $U_l = 127 \text{ V}$, $R=X_L=X_C=100 \ \Omega$.



Rješenje:

Trošilo je nesimetrično opterećeno u zvijezda spoju bez nul vodiča, fazni naponi trošila nisu jednaki faznim naponima izvora. Da bi se odredili fazni naponi trošila potrebno je naći napon između zvijezdišta izvora i trošila $U_{00'}$. Prije toga treba definirati fazne napone izvora:

$$\underline{U}_{f1} = \frac{U_L}{\sqrt{3}} / 0^\circ = 73,32 \text{ (V)}$$

$$\underline{U}_{f2} = \frac{U_L}{\sqrt{3}} / -120^\circ = 73,32 / -120^\circ = -36,66 - 63,50j \text{ (V)}$$

$$\underline{U}_{f3} = \frac{U_L}{\sqrt{3}} / 120^\circ = 73,32 / 120^\circ = -36,66 + 63,50j \text{ (V)}$$

Napon između zvijezdišta trošila i izvora uzračuna se pomoću Millmanovog teorema:

$$G = \frac{1}{R} = 0,01 \text{ (S)}; \quad B_L = \frac{1}{X_L} = 0,01 \text{ (S)}; \quad B_C = \frac{1}{X_C} = 0,01 \text{ (S)}$$

$$\underline{U}_{00'} = \frac{\underline{U}_{f1} \cdot G + \underline{U}_{f2} \cdot (-jB_L) + \underline{U}_{f3} \cdot jB_C}{G - jB_L + jB_C} = -53,67 / 0^\circ \text{ (V)}$$

Sada su naponi na trošilima prema KZN:

$$\underline{U}_{r1} = \underline{U}_{f1} - \underline{U}_{00'} = 127 + j0 \text{ (V)}$$

$$\underline{U}_{r2} = \underline{U}_{f2} - \underline{U}_{00'} = 17,01 - j63,50 \text{ (V)}$$

$$\underline{U}_{r3} = \underline{U}_{f3} - \underline{U}_{00'} = 17,01 + j63,50 \text{ (V)}$$

Fazne struje trošila su:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{r1}}{R} = 1,27 + j0 \text{ (A)}; \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{r2}}{jX_L} = -0,63 - j0,17; \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{r3}}{-jX_C} = -0,63 + j0,17 + j0 \text{ (A)}$$

Vatmetri mjere linijske struje faza 1 i 3 i linijske napone U_{13} i U_{32} . Linijski naponi su:

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{f1} - \underline{U}_{f2} = 109,98 + j63,5 \text{ (V)}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{f2} - \underline{U}_{f3} = -j127 \text{ (V)}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_{f3} - \underline{U}_{f1} = -109,98 + j63,5 \text{ (V)}$$

$$\underline{U}_{13} = -\underline{U}_{31} = 109,98 - j63,5 \text{ (V)}; \underline{U}_{32} = -\underline{U}_{23} = j127 \text{ (V)};$$

Prividne snage preko napona i struja vatmetra su:

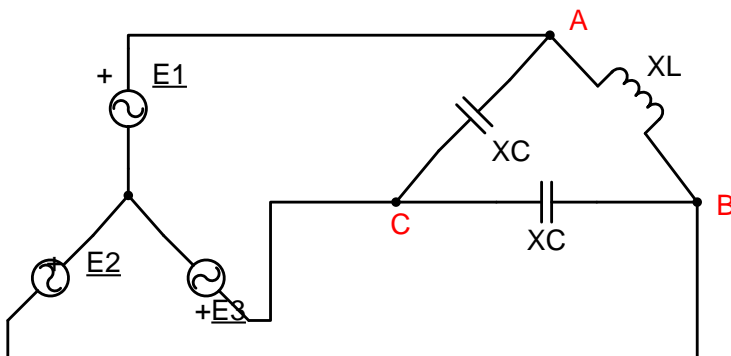
$$\underline{S}_1 = \underline{U}_{13} \cdot \underline{I}_1^* = 139,68 - j80,64 \text{ (VA)}$$

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_{32} \cdot \underline{I}_2^* = -21,60 - j80,64 \text{ (VA)}$$

Pokazivanja vatmetra su:

$$P_1 = \text{Re}(S_1) = 139,68 \text{ (W)}; P_2 = \text{Re}(S_2) = -21,60 \text{ (W)}$$

AV11-Z3: Za trofazno trošilo prema slici 11.3 odredite sve linijske i fazne struje, sve reaktivne snage faza i ukupnu reaktivnu snagu. Zadano je $U_f = 127 \text{ V}$, $X_L = 22 \Omega$ i $X_C = 11 \Omega$.



SLIKA 11.3

Rješenje:

Kako je trošilo u trokut spoju fazne struje se nađu iz Ohmovog zakona preko linijskih napona i faznih impedancija. Pretpostavljeni smjerovi faznih struja su u smjeru kazaljke na satu. Linijski naponi su:

$$\underline{U}_{AB} = \sqrt{3} \cdot U_f = 220 + j0 \text{ (V)}$$

$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_{AB} / -120^\circ = -109,98 - j190,5 \text{ (V)}$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_{AB} / 120^\circ = -109,98 + j190,5 \text{ (V)}$$

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{jX_L} = -j10 \text{ (A)}$$

$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{-jX_C} = 17,31 - j10 \text{ (A)}$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{-jX_C} = -17,31 - j10 \text{ (A)}$$

Linijske struje nađu se preko KZS za svaki čvor:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = 17,31 + j0 \text{ (A)}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = 17,31 + j0 \text{ (A)}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = -34,63 + j0 \text{ (A)}$$

Reaktivne snage trošila svake faze su:

$$Q_{AB} = I_{AB}^2 \cdot jX_L = 2199,41 \text{ (VAr)}$$

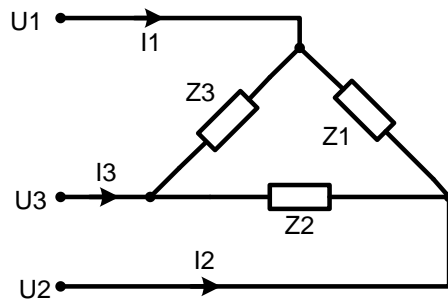
$$Q_{BC} = I_{BC}^2 \cdot (-jX_C) = -j4398,82 \text{ (VAr)}$$

$$Q_{CA} = I_{CA}^2 \cdot (-jX_C) = -j4398,82 \text{ (VAr)}$$

Ukupna reaktivna snaga je zbroj svih reaktivnih faznih snaga:

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = -j6598,23 \text{ (VAr)}$$

AV11-Z4: Na trofaznu mrežu faznih napona $U_f = 3 \times 110 \text{ V}$ priključeno je trošilo spojeno u trokut prema slici 11.4. Impedancije pojedinih grana su: $Z_1 = 14,1 \ \Omega$; $Z_2 = 10 - j10 \ \Omega$; $Z_3 = 10 + j10 \ \Omega$.
Odrediti ukupnu radnu snagu P i reaktivnu snagu Q .



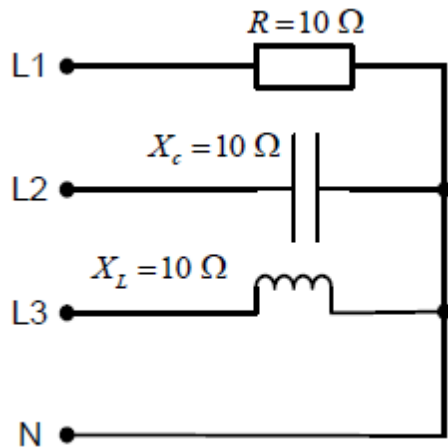
SLIKA 11.4

Rješenje:

$$\underline{I}_{Z1} = 13.5125 \text{ (A)}; \quad \underline{I}_{Z2} = 3.4869 - j13.0131 \text{ (A)}; \quad \underline{I}_{Z3} = 3.4869 + j13.0131 \text{ (A)}$$

$$P_1 = 2574,5 \text{ (W)}; \quad P_2 = 1815 \text{ (W)}; \quad P_3 = 1815 \text{ (W)}; \quad P = 6204,5 \text{ W}; \quad Q = 0 \text{ (Var)}$$

AV11-Z5: Potrebno je izračunati struju 0-voda u spoju prema slici 11.5, ako je spoj napajan simetričnim direktnim sustavom napona 3x400 V.

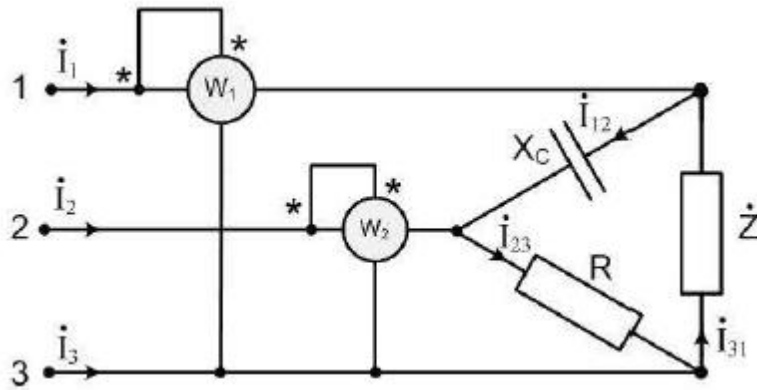


Slika: 11.5

Rješenje:

$$I_0 = 63 \text{ (A)}$$

AV11-6: U shemi na slici 11.6 treba odrediti što pokazuju vatmetri i izračunati ukupnu radnu snagu sustava. Zadano: $R = 30 \text{ (W)}$, $XC = 30 \text{ (W)}$, $\underline{Z} = 30/60^\circ \text{ (W)}$ i linijski napon 420 (V).



Slika: 11.6

Rješenje:

$$P_{W1} = -2152 \text{ (W)}; \quad P_{W2} = 10972 \text{ (W)}; \quad P = P_{W1} + P_{W2} = 8820 \text{ (W)}$$

LITERATURA

- [1] Branislav Kuzmanović, „Osnove elektrotehnike II“, Zagreb ELEMENT, 2000
- [2] Ivan Felja-Danira Koračin, „Zbirka zadataka i rješениh primjera iz osnova elektrotehnike 1. i 2. dio“, Zagreb, Školska knjiga 1985.
- [3] Gordan Đurović, „Elektrotehnika I i II-Zbirka zadataka, Zagreb, 2004.
- [4] E. Šehović, M. Tkalić, I. Felja, Osnove elektrotehnike - zbirka primjera, I dio“, Školska knjiga, Zagreb, 1984.